ИГНАТОВ Александр

Законы расширенного воспроизводства: новые горизонты старого вопроса

Реинвестирование амортизационных отчислений с середины 19 века до начала 70-х годов прошлого века интересовало экономистов как в нашей стране, так и за рубежом. Данные модели ограничивались рассмотрением частного случая простого воспроизводства (нулевого роста). В статье модель расширена на три возможных варианта экономической динамики – простое, расширенное и сужающееся воспроизводство, а также показана возможность применения модели к биологическим и демографическим системам.

История вопроса

В отечественной экономической литературе второй половины прошлого века во множестве представлены работы, в центре внимания которых находился частный случай реинвестирования амортизационных отчислений. Вот как четыре десятилетия назад видел ситуацию А.В.Жданко: "Особое внимание издавна привлекал вопрос соотношения между амортизацией на полное восстановление (реновацию), отчисляемой по норме, обратной сроку службы, и реальным возмещением (заменой выбывших единиц) и в связи с этим о возможности использования части амортизационных отчислений на цели расширенного воспроизводства вообще, в частности, на прирост основных фондов. Этот вопрос, анализ которого начал еще К.Маркс, обсуждался во многих советских экономических работах, особенно в послевоенное время, а также в экономико-математических исследованиях. Особенностью некоторых из этих исследований является предположение, что основные фонды данного объема введены одновременно и впоследствии лишь поддерживаются на одном уровне. Такая модель, представляющая собой задачу, обратную в рассмотренной статье, ближе к постановкам, принятым в теории надежности, особенно если допускается, что срок службы – случайная переменная. Она приводит к определению так называемого амортизационного множителя Хорвата, который показывает, во сколько раз вырастут однажды введенные основные фонды, если всю получаемую с них амортизацию реинвестировать в те же основные фонды. Для детерминированного срока службы предельное значение этого множителя $m_a = 2$" [1, с.285].

Повышенный интерес экономистов к этой более чем простой реновационной модели (причем именно в ее детерминированном варианте, практически не имеющем прикладного значения, нежели в стохастическом, способном, по крайней мере, принести некоторую определенную, пусть и ограниченную, практическую пользу) объясняется, на мой взгляд, тем, что на примере исключительно упрощенного детерминированного сценария этой модели удается наблюдать и соответственно делать математические обобщения для разнообразных реновационных эффектов: реновационные циклы, явление «эха», стабилизация параметров воспроизводственного процесса (показатели ввода, выбытия, среднего возраста и средней продолжительности предстоящего функционирования объектов изучаемой совокупности и т.д.); наконец, не последнюю роль играет и математическое изящество модели.

Однако в течение длительного времени отечественных экономистов к исследованию вопроса о применении временно свободных средств амортизационного фонда для расширения производства с построением соответствующих математических моделей обязывало и повышенное внимание к этой проблеме, проявленное К.Марксом и Ф.Энгельсом [2-7]. Остается любопытным фактом то, что первые документально подтвержденные расчеты, которые бы показывали, как мог выглядеть в действительности механизм использования амортизационных отчислений в качестве источника для расширения производства, принадлежат Ф.Энгельсу и были выполнены им после неоднократных настойчивых просьб своего друга К.Маркса. Последний, ссылаясь но то, что проблема использования амортизационных отчислений для расширения производства привлекает внимание экономистов с тех пор, как сложилась крупная промышленность и объемы реновационных отчислений на основной капитал оказались весьма существенными, просил Ф.Энгельса как фабриканта-практика сделать количественную оценку реинвестиционного потенциала амортизации. Ф.Энгельс, после соответствующих расчетов, пришел к выводу, что если фабрикант ежегодно вкладывает списываемые со стоимости основного капитала амортизационные суммы в новые машины, то за десять лет при норме амортизации 10% он окажется “…в состоянии, исходя из своих старых машин и не затратив ни гроша из своей собственной прибыли на приобретение новых машин, увеличить число своих машин почти на 60%. …Считая по 1 ф.ст. на веретено, фабрикант работал:

1856 – с 1000 верет.	1862 – с 1771 верет.
1857 – « 1100 »	1863 – « 1948 »
1858 – « 1210 »	1864 – « 2143 »
1859 – « 1331 »	1865 – « 2357 »
1860 – « 1464 »	------------------------------------
1861 – « 1610 »	1866 – с 1593 верет.” [7].

Как видно из приведенных расчетов, в рассматриваемой Ф.Энгельсом ситуации воспроизводство основного капитала осуществляется полностью за счет амортизации, отчисляемой по норме, обратной сроку службы, без привлечения дополнительных инвестиций. Тем не менее первоначально введенный парк оборудования испытывает некоторое увеличение – по крайней мере, во временных рамках модели Ф.Энгельса он действительно возрастает, причем весьма существенно, что он, собственно, и констатирует в своем письме К.Марксу (Ф.Энгельс не употребляет понятие «модель», говоря «расчет» – как-никак, все же фабрикант, – но будет логично рассматривать его построения именно как математическую модель).

Обратившись к модели Ф.Энгельса, российский экономист Н.Гроздов продолжил начатые в рассмотренном выше примере вычисления за пределы десятилетнего периода, которыми ограничился Ф.Энгельс (в 1950 году нужно было быть отчаянным человеком, чтобы поправить классика). Согласно его расчетам, существует предел роста числа средств труда за счет амортизационных отчислений, который не зависит от порядка и условий ввода в эксплуатацию первоначального парка машин (вводятся они однократно или в несколько приемов за время, не превышающее срока их службы), и определяется лишь периодом амортизации основных фондов. “…Формула, выражающая прирост средств труда за счет амортизационных отчислений, будет иметь вид:

$$100\% \times \left[\frac{2\left(K_1 B_1 + K_2 B_2 + \ldots + K_{n-1} B_{n-1}\right) - K_n B_n}{KB_n} \right], \text{ где}$$

K_i – количество объектов возраста B_i;

B_i – возраст i-той группы;

n – срок службы средств труда;

K – общее количество средств труда $\left(K = \sum_{i=1}^{n} K_i \right)$ [8, с.40]”.

Поскольку максимально возможная величина парка машин, в конечном счете, окажется равномерно распределена по возрастным группам от 1 года до n лет, то есть $K = \sum_{i=1}^{n} K_i = nK_i$, – то функционал Н.Гроздова приводится к весьма простому виду: $100\% \times \left(1 - \frac{2}{n}\right)$.

Как показал дальнейший ход событий, полученная Н.Гроздовым формула предельного прироста парка средств труда за счет реинвестирования амортизационных отчислений оказалась не совсем точна (очень жаль, но это одна из причин того, что работа нашего соотечественника, опередившая аналогичные исследования за рубежом почти на целое десятилетие, не была признана научным сообществом приоритетной). Сначала зарубежные экономисты Б.Хорват и П.де Вульф, а чуть позже независимо от них российские экономисты В.Ю.Будавей [9], Н.Ф.Шатилов [10, 11] и А.В.Вихляев [12] показали, что расширенное воспроизводство основных фондов в натурально-вещественной форме за счет амортизации действительно ограничено, как это установил Н.Гроздов, определенным потолком: “По данным Н.Гроздова, порядок и условия ввода в эксплуатацию основных фондов за счет средств накопления не изменяют рассматриваемого предельного процента их роста, определяемого сроком их службы, обусловливая лишь различия в темпах увеличения основных фондов в первые два периода” [9,с.48], – однако величина данного предела несколько отличается от той, что следует из приведенной выше формулы Н.Гроздова. В частности, В.Ю.Будавей отмечает: “Если расширение машинного парка начинается с единичной мощности (одной машины), то величина такого увеличения к концу периода, равного n–1 лет, составит $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n-1}$, где n – срок службы машин. После этого момента граница указанного расширения претерпевает колебания и достигает стабильной величины, равной $\frac{2}{1+\frac{1}{n}}$, часто именуемой «мультипликатором расширения»” [9, с.46-47] (это название не прижилось, в настоящее время обычно говорят «амортизационный множитель Хорвата»).

И наконец, необходимо обязательно отметить опубликованный 40 лет назад в журнале «Финансы» результат Н.Н.Фельдмана, до сегодняшнего дня не получивший, на взгляд автора, должной оценки. По его мнению, при анализе реинвестирования амортизации при простом воспроизводстве основных фондов “… до сих пор предполагалось, что амортизационный фонд расходуется только в конце года. Из этого предположения исходили все исследователи. Кроме того, движение остаточной стоимости и остатка амортизационного фонда рассматривалось изолированно и не прослеживалось движение стоимости в этих двух формах совместно. Такие допущения вполне правомерны, когда не ставится вопрос о пределе. В действительности процесс воспроизводства непрерывен. Продукция, в которой воплощена амортизация, расходуется систематически. Следовательно, остаток ее стоимости при нормальном ходе процесса воспроизводства может колебаться от 0 до размеров полной первоначальной стоимости средств труда, а средняя его величина должна быть равна половине этой стоимости. В нашем примере остаток будет постоянно колебаться от 0 до 10 *тыс.руб.*, а его средняя величина будет от 5 *тыс.руб*. При условии приобретения новых экземпляров в момент накопления 10 *тыс.руб.* имеем не 7.5, а 9 станков, причем количество их будет стабильным; средняя остаточная стоимость будет колебаться от 5.5 *тыс.руб.* в начале до 4.5 *тыс.руб.* в конце года, а в среднем за год она составит 5 *тыс.руб.* Отсюда дополнительное количество объектов, которое можно произвести за счет амортизации (n^1), определяется формулой:

$n^1 = n - 1$ {1}, где n – число первичных объектов.

Тогда $N = n + n^1 = 2n - 1$ {2}, где N – общее количество объектов.

При большом количестве объектов вычитание единицы не имеет практического смысла. Таким образом реинвестирование амортизации позволяет расширить производственный аппарат вдвое, не прибегая к использованию национального дохода” [13, с.39].

Неординарность полученного Н.Н.Фельдманом соотношения {2} заключается в том, что, во-первых, оно не представляет собой частный случай амортизационного множителя Хорвата и не может быть получено в рамках обычной модели реинвестирования амортизационных отчислений, если не принять допущений сверх обыкновенно учитываемых (впрочем, об этом говорит и сам автор); во-вторых, результат, аналогичный соотношению {2}, получен автором статьи в ходе собственных исследований, и это обязывает нас в дальнейшем вернуться к предлагаемой Н.Н.Фельдманом формуле реинвестиционного потенциала амортизационного фонда в условиях простого воспроизводства (нулевого экономического роста).

Таким образом, рассмотренные модели реинвестирования амортизационных отчислений показывают, что воспроизводство основного капитала в пределах средств амортизационного фонда, без привлечения дополнительных инвестиций, приводит к определенному росту числа машин вследствие формирования равномерной возрастной структуры парка машин (машины всех лет ввода представлены равными долями). Полученные в разное время соотношения, характеризующие максимально возможный рост числа машин в процессе реинвестирования амортизационных отчислений, для сравнения можно представить следующим образом:

$$\frac{N}{N_0}=\begin{cases}\approx 160\% & \text{– Ф.Энгельс [1867 год];}\\ 2\dfrac{t-1}{t} & \text{– Н.Гроздов [1950 год];}\\ 2\dfrac{t}{t+1} & \text{– Б.Хорват (B.Horvat) [1958 год]}\\ 2-\dfrac{1}{N_0} & \text{– Н.Н.Фельдман [1970 год];}\end{cases} \qquad (1);$$

N – максимально возможная устойчивая величина парка оборудования, формирующаяся в результате ежегодного реинвестирования амортизационных отчислений в новые аналогичные машины;

N_0 – первоначальный парк машин;

t – период амортизации основного капитала, равный среднему сроку службы машин.

На приведенном далее графике (рис.1) показано, как происходит расширение парка машин в процессе реинвестирования амортизационного фонда; предел расширения соответствует амортизационному множителю Хорвата.

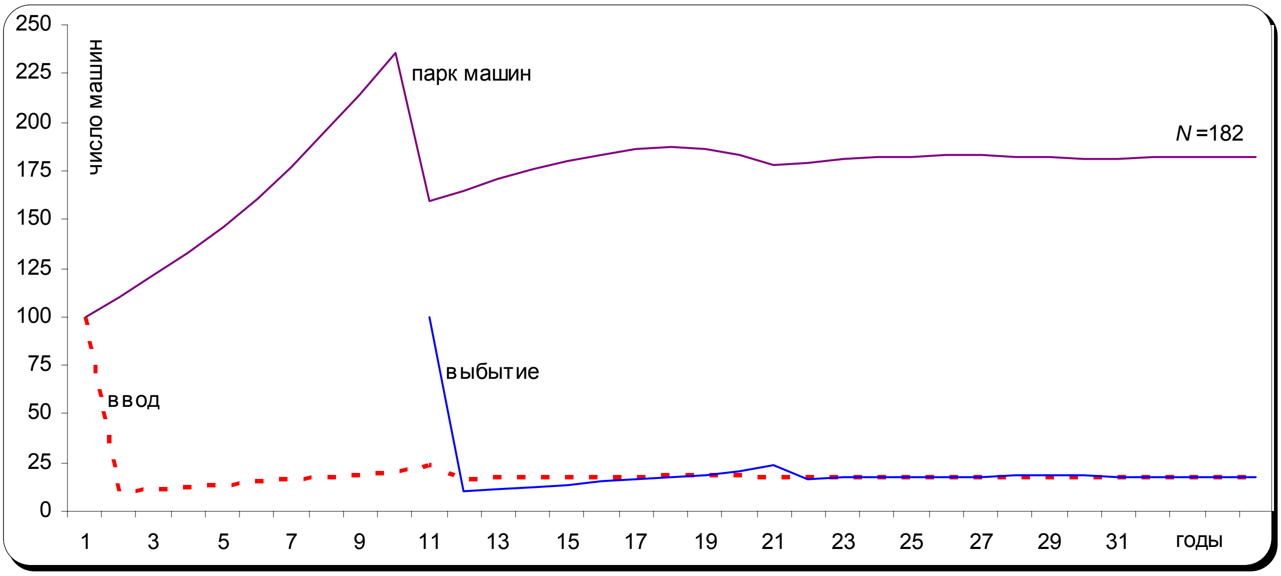


Рис.1. Формирование устойчивого парка машин в процессе реинвестирования амортизации (начальный парк 100 единиц, срок службы и период амортизации совпадают и равны 10 годам)

В двух словах о политэкономическом аспекте данной модели, поскольку для отечественной экономической науки он тоже был достаточно важен, поэтому, пользуясь возможностью, следует сделать попытка обобщить некоторые исторические факты.

Затронув вопрос привлечения временно свободных реновационных средств для расширения производства [2-5], К.Маркс имел неосторожность (роковую для отечественной науки) допустить двоякое объяснение этого процесса. Если в одних, более ранних, работах он сравнил реинвестирование амортизационных отчислений с накоплением капитала, то в других, вышедших в свет позднее, наоборот, склонился к мысли, что использование средств амортизационного фонда по прямому назначению накоплением капитала не является.

В частности, в «Теориях прибавочной стоимости», написанных им в 1862-63гг., он находит возможным назвать реинвестирование амортизационных отчислений, сопровождающееся некоторым ростом числа машин, представляющих данный амортизирующий основной капитал, накоплением капитала: “Итак, там, где применяется много постоянного капитала, а следовательно, также и много основного капитала, эта часть стоимости продукта, возмещающая износ основного капитала, представляет собой **фонд накопления** [выделено автором – **А.И.**], который может быть использован тем, кто его применяет, для вложения в дело нового основного капитала (или же оборотного капитала), причем для этой части накопления не производится никакого вычета из прибавочной стоимости. (Смотри Мак-Куллоха). Такого фонда накопления не существует на тех ступенях производства и у тех наций, где нет большого основного капитала. Это важный пункт. Мы имеем здесь фонд для постоянных затрат на улучшения, расширения и т.д.” [3, с.534]. Из слов К.Маркса можно сделать вывод, что в это время он, видимо, еще недостаточно строго определяет понятие «накопление» и не связывает его исключительно с капитализацией прибавочного продукта, а поэтому употребляет его в качестве синонима к сочетанию «расширение производства».

Однако такая «либеральная» позиция оставляла для амортизационного фонда, являющегося результатом функционирования основного капитала и принадлежащего частному предпринимателю, лазейку для участия в накоплении (а также соответственно в росте) капитала наряду и, вдобавок ко всему, наравне с прибавочной стоимостью, представляющей, по мнению К.Маркса, исключительно результат эксплуатации наемной рабочей силы. Между тем, радикальная направленность экономической теории К.Маркса, выразившаяся в принятом им круговороте происхождения и дальнейшей трансформации прибавочной стоимости:

эксплуатация наемной рабочей силы

⇩ ⇩

создание прибавочной стоимости

⇩ ⇩

накопление прибавочной стоимости

⇩ ⇩

рост капитала и расширение масштабов производства

– принципиально не могла допустить, что предприниматель (хотя бы даже косвенно, через фонд амортизационных отчислений) также участвует в процессе накопления и роста капитала; иными словами, ситуация требовала от К.Маркса бескомпромиссного решения «или – или». По мнению автора, по этой причине К.Маркс в письмах 1862 и 1867 годов [4, 5] настойчиво задает своему другу вопрос: может ли амортизационный фонд применяться в качестве источника финансирования инвестиций и расширения производства? и если да, то каким образом?

Неизвестно, как отнесся К.Маркс к последнему письму Ф.Энгельса с проделанными им расчетами [7], но, по мнению автора, слова Ф.Энгельса о том, что фабрикант в ходе реинвестирования амортизационных отчислений за 10 лет окажется “…в состоянии, исходя из своих старых машин и не затратив ни гроша из своей собственной прибыли на приобретение новых машин, увеличить число своих машин почти на 60%…” [7], ему вряд ли пришлись по душе (тем более что вычисления Ф.Энгельса на первый взгляд производят впечатление, будто амортизационный фонд может обеспечивать подобное расширение производства постоянно, без каких бы то ни было временных ограничений – в действительности же эти ограничения, как было установлено в нашем столетии, существуют). И, тем не менее, К.Маркс не стал лукавить и игнорировать расчеты Ф.Энгельса, поэтому результаты его переписки с другом по поводу реинвестирования амортизационных отчислений, как я полагаю, нашли свое отражение во втором томе «Капитала» (период работы над ним, продолжавшийся, по замечанию Ф.Энгельса [2, с.7-8], с перерывами с 1865 по 1878 год, как раз охватывает время переписки): “Что касается постепенного расширения предприятия в ходе частичного обновления, то мы отметим следующее. Хотя, как мы видели, основной капитал in natura продолжает действовать в процессе производства, часть его стоимости, определяемая средней величиной износа, обращается вместе с продуктом, превращается в деньги, составляет элемент резервного денежного фонда, который служит для возмещения капитала, когда наступает срок его воспроизводства in natura. Эта часть стоимости основного капитала, превращенная, таким образом, в деньги, может послужить для того, чтобы расширить предприятие или произвести в машинах усовершенствования, которые повысят их эффективность. Таким образом через известные промежутки времени совершается воспроизводство, и притом – если рассматривать его с общественной точки зрения, – воспроизводство в расширенном масштабе: расширенном экстенсивно, если расширяется только поле производства; расширенном интенсивно, если применяются более эффективные средства производства. *Такое производство в расширенном масштабе вытекает не из накопления – не из превращения прибавочной стоимости в капитал, – а из обратного превращения стоимости, которая, ответвившись, в денежной форме от тела основного капитала, превратилась в новый – в добавочный или более эффективный – основной капитал того же рода* [выделено мною – **А.И.**]” [2, с.192–193].

Резкое разграничение во втором томе «Капитала» процесса реинвестирования амортизационных отчислений, с одной стороны, и накопления, с другой (разведение их по разные стороны баррикады), позволяет предположить, что К.Маркс в этот период начинает рассматривать накопление исключительно как процесс капитализации прибавочной стоимости; иными словами, «накопление» в его понимании превращается в экономическую категорию, несущую однозначную смысловую функцию с ярко выраженной классовой ориентацией, и потому не допускающую вольных или расширительных толкований. Приняв такую версию, становится ясно, что никакого противоречия – формального или принципиального – между приведенными выше выдержками из «Теорий прибавочной стоимости» и второго тома «Капитала» нет, и мы имеем дело лишь со свидетельствами эволюции воззрений К.Маркса.

Рассуждать на эту тему сегодня достаточно просто. Но даже два десятилетия назад, и тем более раньше, когда развитие отечественной экономической науки протекало в совсем иных условиях, существование в работах К.Маркса различных трактовок процесса реинвестирования амортизационных отчислений (каждая из которых безоговорочно – иначе и быть не могло – принималась на веру) для отечественной науки стало яблоком раздора. Целые поколения экономистов, и не только отечественных, но также в братских странах, начиная с 50-х годов, принимали участие в дискуссиях, стремясь определить точку зрения классиков относительно реинвестирования амортизационных отчислений – является данный процесс накоплением капитала или нет (вот надводная часть айсберга работ на эту тему: [1,11, 12, 14, 15, 16, 17, 18]).

Одни, апеллируя исключительно к авторитету классиков марксизма, придерживались мнения, что в случае реинвестирования амортизационных отчислений ни о каком накоплении не может быть и речи. Они категорически отрицали какую бы то ни было причастность амортизационного фонда к накоплению и росту основного капитала [16].

Другие были уверены, что накопление все же имеет место, а потому не менее решительно утверждали, что основной причиной, позволяющей использовать амортизационный фонд как источник накопления, является несовпадение динамики мощности с динамикой с динамикой физического износа средств труда и зависящее от этого различие оборота средств труда по стоимости и по натуральной форме. Помимо обязательных ссылок на классиков марксизма, вспоминалось, что математическим анализом этой проблемы занимался американский экономист Е.Д.Домар [15] и что модели Домара, в отличие от традиционных моделей экономического роста, где амортизационный фонд был идентичен фонду возмещения, учитывают вывод о том, что в условиях расширенного воспроизводства амортизационный фонд содержит элемент накопления [19]; кроме того, на основе реновационных моделей и схем доказывалось, что при расширенном воспроизводстве линейная амортизация, отражая ценообразующую роль основных фондов, в отношении физического движения основных фондов оказывается источником финансирования не только их возмещения, но и прироста, поэтому, если при простом воспроизводстве ценообразующая и восстановительная экономические функции амортизации совпадают, то при расширенном воспроизводстве они количественно различаются [1].

Третьи предпочитали дипломатично придерживаться золотой середины. По их мнению, прямое назначение амортизационного фонда – возмещение потребленных средств производства, но при определенных условиях амортизация может быть источником роста [17].

Несмотря на раздававшиеся время от времени трезвые голоса: “Итак, с одной стороны, планомерное использование амортизационных отчислений испытывает острую потребность в теоретической разработке вопросов использования амортизации на накопление, а с другой стороны, только создание усилиями многих экономистов такой теории сможет вывести экономическую науку из застойной дискуссии по данной проблеме, в которой она находится на протяжении многих лет” [12, с.121], полемика не затихала и, вероятно, продолжалась бы до сих пор, если бы не известные перемены в общественном сознании.

Рост, стагнация или спад системы – как результат ее функционального долголетия

Приступая к рассмотрению предлагаемой модели непрерывного обновления машин, в которой экономический рост становится следствием их функционального, то есть работоспособного долголетия, обозначим два условия, обычно оговариваемые в моделях подобного рода [8, 10, 15, 20, 21, 22] (в силу этого обозначим данную модель как стандартную):

- обновляемая совокупность представляет собой парк машин (традиционно рассматриваемый как однородный) производственно-хозяйственного объекта, который в начальный момент состоит из новых машин. При этом сам объект может быть принят в качестве абстрактной модели для достаточно различающихся по масштабам экономических систем – начиная от предприятия (фирмы) и заканчивая экономикой в целом;
- выпускаемая машинами или оказываемые ими услуги поступают в отрасли производственной и непроизводственной сферы и используются в последних для создания других товаров и оказания иных услуг. В результате исходная продукция в процессе своего движения от одного товаропроизводителя к другому постепенно преобразуется, видоизменяется и растворяется во множестве все новых и новых видов продукции и в конечном счете – но уже, разумеется, не в первоначальной форме, – возвращается на рассматриваемый производственный объект, поддерживая тем самым непрерывность воспроизводства его парка машин. Она расходуется в двух направлениях: с одной стороны, на обслуживание парка машин; с другой – на его обновление вследствие выбытия, а также на расширение, если выбытие отсутствует или меньше ввода новых машин.

Предполагая, что доля расходов на обслуживание отдельной взятой машины в течение всего срока есть величина, равная аналогичному показателю для других машин, и соответственно не принимая ее в расчет, сосредоточим внимание лишь на той составляющей производимой машиной продукции, которая направляется на собственно реновационные процессы, то есть на замену выбывающих машин и расширение парка в случае отсутствия выбытия. С учетом этого, модель обновления парка машин может быть построена на основе только двух переменных, характеризующих совокупность машин – физического срока службы машины $Q = q\Delta t$ и периода ее возмещения $P = p\Delta t$, то есть срока в течение которой машина производит количество продукции (услуг), достаточное для изготовления аналогичной новой машины (где Δt=const – единица времени, q и p – натуральные числа). Значения данных переменных, в предположении однородности совокупности, принимаются детерминированными и соответственно равными для всех единиц парка, и, следовательно, получается достаточно простая модель, в рамках которой отслеживается лишь изменение величины парка машин во времени.

Допустим, парк оборудования производственного объекта в начальный момент насчитывает 100 единиц с периодом возмещения $P = 10\Delta t$ $(p = 10)$, при этом единицей времени Δt может быть не только год (как это традиционно предполагается в рассмотренных выше моделях), но и любой другой промежуток времени, взятый в качестве наименьшего: час, день, неделя, месяц, квартал, пятилетие, столетие. Тогда на интервале $[0, \Delta t]$ первоначальные 100 единиц оборудования произведут продукции (за вычетом той ее части, что израсходована на ремонт и техническое обслуживание самого парка) в количестве, достаточном для создания $1/10 \times 100 = 10$ новых машин. На интервале $[\Delta t, 2\Delta t]$ имеющиеся в наличии $100 + 10 = 110$ единиц техники выпустят продукции в объеме, эквивалентном уже $\frac{1}{10} \times 110 = 11$ новым машинам, и далее все повторяется таким же образом, за исключением того, что начиная с момента времени $T = Q$ вступает в силу фактор выбытия. Ниже в табличной форме представлены, как формируется парк оборудования при различных значениях срока службы Q и периода возмещения P (для простоты период возмещения взят равным 10 годам, тогда как срок службы меняется и составляет 10, 11 и 9 лет):

– при сроке службы **10 лет** и периоде возмещения **10 лет**

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Ввод	100	10	11	12	13	15	16	18	20	22	24	16	17	17	18	18	19
Выбытие	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	10	11	12	13	15	16
Парк машин	100	110	121	133	146	161	177	195	215	237	161	167	173	178	183	186	189

– при сроке службы **11 лет** и периоде возмещения **10 лет**

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Ввод	100	10	11	12	13	15	16	18	20	22	24	26	19	20	21	21	22
Выбытие	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	10	11	12	13	15
Парк машин	100	110	121	133	146	161	177	195	215	237	261	187	196	205	214	222	229

– при сроке службы **9 лет** и периоде возмещения **10 лет**

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Ввод	100	10	11	12	13	15	16	18	20	22	14	14	14	15	15	15	15
Выбытие	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	10	11	12	13	15	16	18
Парк машин	100	110	121	133	146	161	177	195	215	137	141	144	146	148	148	147	144

Как сочетаются ввод и выбытие машин, и как они влияют на величину парка оборудования при различных значениях срока службы Q и периода возмещения P, показано на рис.2-4 . В общем случае изменение количества машин как некоторая функция времени в стандартной модели обновления описывается следующими рекуррентными (возвратными) уравнениями:

$$N_T = \begin{cases} N_0, & \text{если } T = 0 \\ N_{T-\Delta t} + V_T - W_T, & \text{если } T \in [\Delta t, \infty[\end{cases} \qquad (2),$$

$$V_T = \frac{\Delta t}{P} N_{T-\Delta t}, \text{ если } T \in [\Delta t, \infty[\qquad (3),$$

$$W_T = \begin{cases} 0, & \text{если } T \in [\Delta t, Q - \Delta t] \\ N_0, & \text{если } T = Q \\ V_{T-Q}, & \text{если } T \in [Q + \Delta t, \infty[\end{cases} \qquad (4),$$

N_T – число машин, функционирующих в период $[T, T + \Delta t]$;

$N_{T-\Delta t}$ – число машин, функционирующих в период $[T - \Delta t, T]$;

V_T – число новых единиц оборудования, вводимых в момент времени T;

W_T – число единиц оборудования, выбывающих в момент времени T;

N_0 – первоначальный (или базовый) парк оборудования в момент $T = 0$.

Таким образом, в общем случае число единиц оборудования N_T в момент времени T в процессе воспроизводства будет определяться возвратной последовательностью

$$N_T=\begin{cases} N_0+\dfrac{\Delta t}{P}\sum\limits_{i=1}^{T/\Delta t}N_{T-i\Delta t},\ \text{если}\ T\in[\Delta t,Q-\Delta t] \\ \dfrac{\Delta t}{P}\sum\limits_{i=1}^{Q/\Delta t}N_{T-i\Delta t},\ \text{если}\ T\in[Q,\infty[\end{cases} \quad (5).$$

Расчеты показывают, что для процесса обновления парка машин при условии одновременного ввода начальной совокупности характерны следующие моменты (на рис.2-4 приводятся графики функции N_T для случаев с параметрами $Q=10\Delta t$ и $P=9\Delta t,\ 10\Delta t,\ 11\Delta t$):

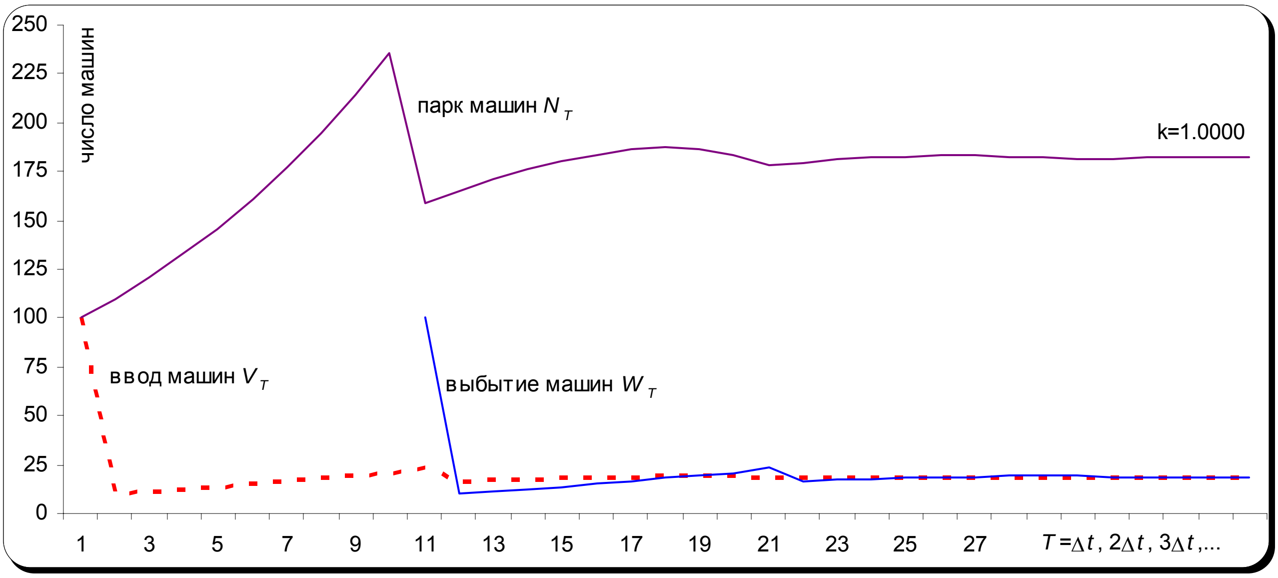


Рис.2. Стандартная модель: начальный парк N_0=100 единиц; срок службы $Q=10\Delta t$; период возмещения $P=10\Delta t$. Модель идентична графику реинвестирования амортизации (см.рис.1).

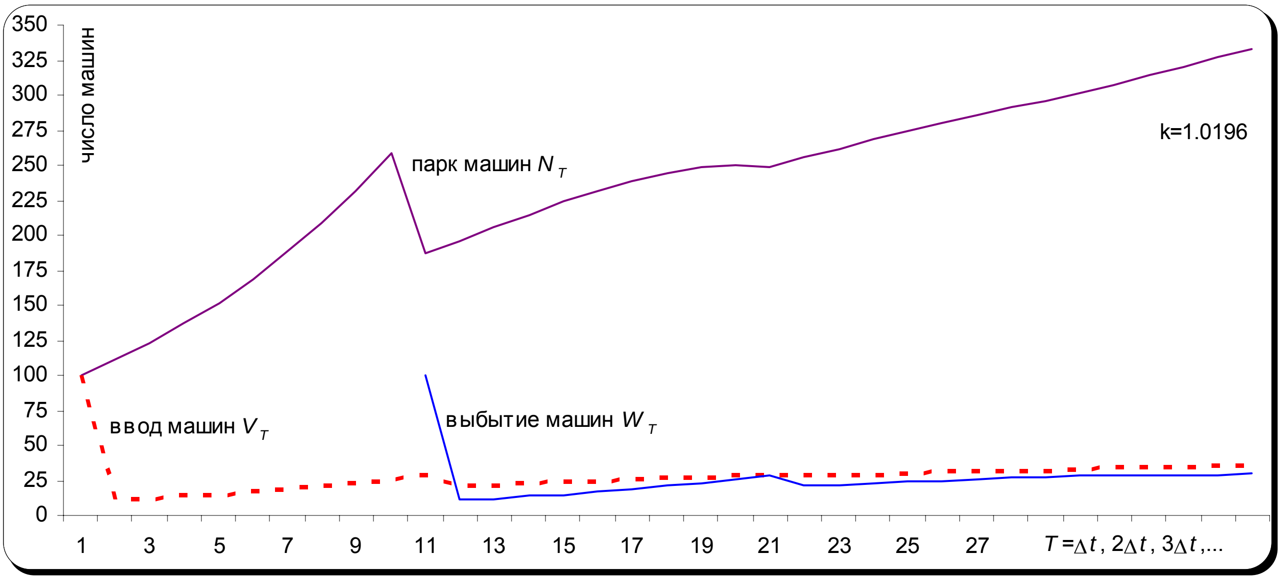


Рис.3. Стандартная модель: начальный парк N_0=100 единиц; срок службы $Q=10\Delta t$; период возмещения $P=9\Delta t$.

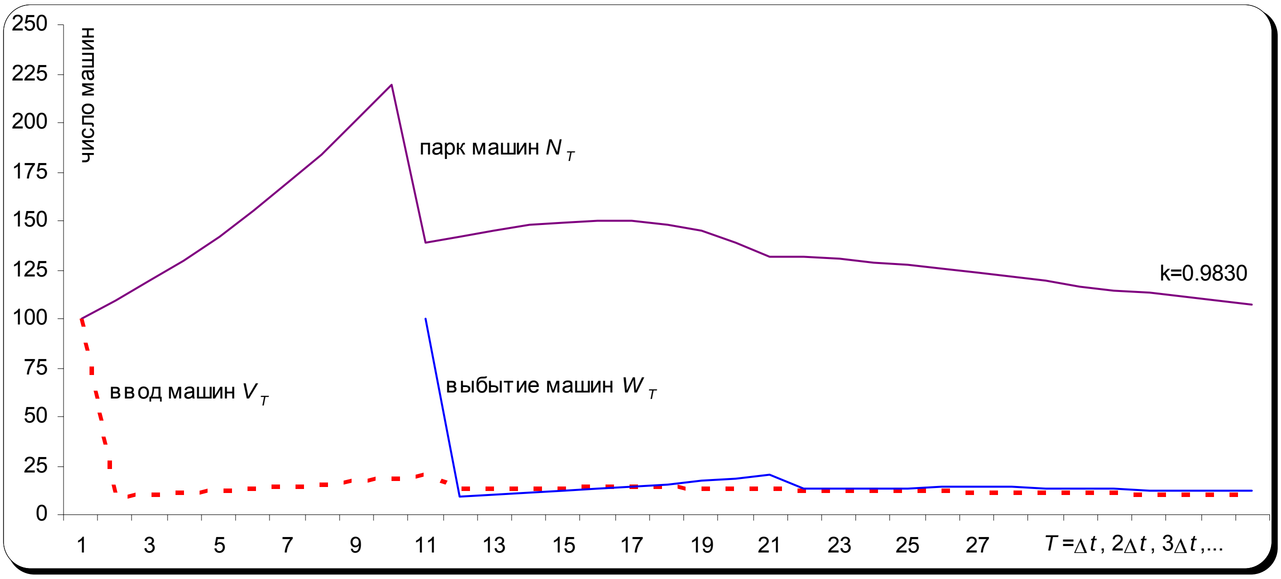


Рис.4. Стандартная модель: начальный парк N_0=100 единиц; срок службы Q=10Δt; период возмещения P=11Δt.

- на интервале $T\in[0,Q-\Delta t]$ парк машин растет в прогрессии со знаменателем, равным $1+\dfrac{\Delta t}{P}$; такой темп роста оказывается возможным по причине отсутствия выбытия в этот период;
- в момент $T=Q$ парк машин испытывает сокращение, связанное с выбытием первоначально введенной совокупности оборудования N_0; при определенных условиях данное сокращение может оказаться весьма значительным;
- на интервале $[Q+\Delta t,\approx(2\div3)\times Q[$ число машин N_T испытывает затухающие колебания с периодом, равным продолжительности срока службы Q (волнообразное поведение функции N_T может быть прогнозируемо уже при анализе соотношения (2.14) для интервала $T\in[Q+\Delta t,\infty[$), затем динамика совокупности становится практически строго монотонной: при $P=Q$ парк оборудования стабилизируется на некотором уровне; при $P<Q$ число машин экспоненциально возрастает; при $P>Q$ рассматриваемую совокупность отличает устойчивая, также имеющая характер показательной функции, тенденция к сокращению.

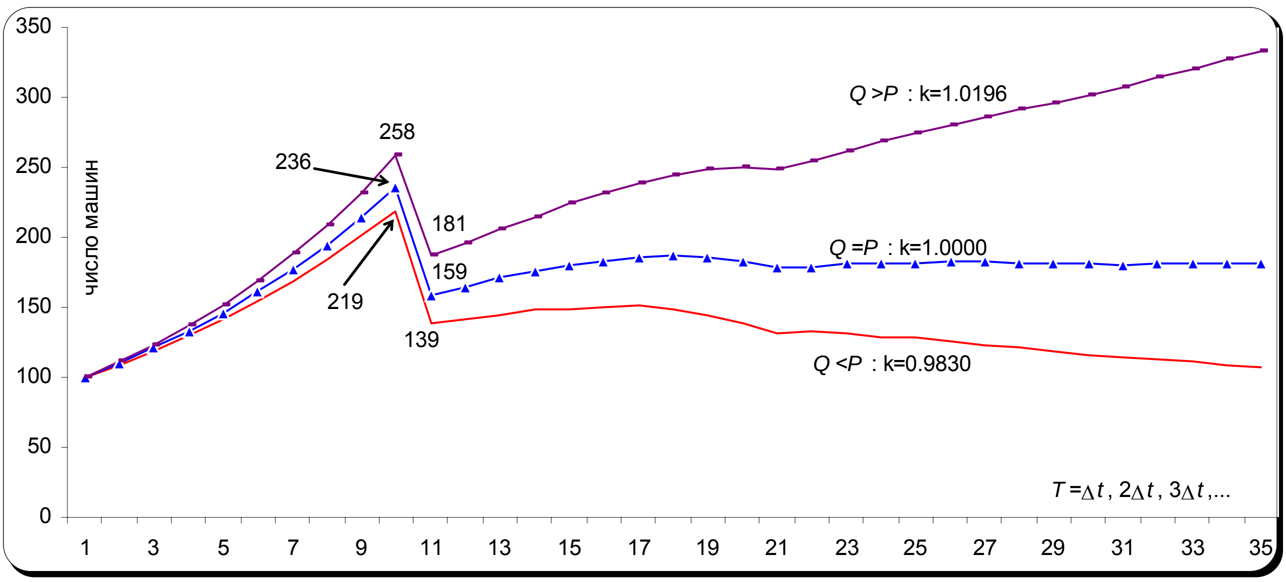


Рис.5. Сравнение парков машин в стандартной модели непрерывного обновления: начальный парк N_0=100 единиц; срок службы машин Q=9Δt; период возмещения машин соответственно P=9Δt, 10Δt и 11Δt.

Таким образом, опуская строгие доказательства, мы можем сформулировать следующие выводы: во-первых, скорость изменения величины парка оборудования производственного объекта по мере удаления от точки отсчета времени асимптотически стремится к некоторой постоянной величине, благодаря чему реновационный процесс становится практически экспоненциальным; во-вторых, параметр показательной функции (точнее, знаменатель геометрической прогрессии, поскольку процесс обновления рассматривается как дискретный), аппроксимирующей возвратную последовательность, образуемую значениями размера совокупности N_T в моменты времени $T \gg Q$, вполне можно назвать параметром обновления – поскольку его величина определяется исключительно периодом возмещения P и сроком службы Q, и не зависит от размера исходного парка N_0.

Далее, опуская тривиальные, но утомительные промежуточные выкладки, укажем, что с момента $T \approx 2Q$ (рис.5) воспроизводство становится устойчивым, и в результате парк машин N_T меняется практически строго в геометрической прогрессии со знаменателем k, названным выше параметром обновления:

$$N_T = N_{Q-\Delta t}\, k^{\frac{T}{\Delta t}-q+1} = \left\{\begin{array}{l} N_0 \dfrac{p\,(k^q-1)}{q-p} k^{\frac{T}{\Delta t}-q+1} > N_{Q-\Delta t},\ \ \textit{если}\ k>1 \\ N_0 \dfrac{p\,(k^q-1)}{q-p} k^{\frac{T}{\Delta t}-q+1} < N_{Q-\Delta t},\ \ \textit{если}\ k<1 \\ N_0 \dfrac{2p}{p+1} = N_{Q-\Delta t},\ \ \ \ \textit{если}\ k=1 \end{array}\right\}, T \in [Q,\infty[\quad (6).$$

Уравнения (5-6) представляют определенный интерес в том случае, когда $P=Q$. Из них следует, что на стационарной траектории, то есть когда темп изменения парка машин стабилизируется, предельное расширение парка $N_T = N_0 \dfrac{2p}{p+1}$ по сравнению с базовым парком N_0 будет в точности таким же, какое предсказывается в моделях реинвестирования амортизационных отчислений амортизационным множителем Хорвата.

Поскольку в ходе математической имитации обновления парка оборудования в стандартной модели приходиться иметь дело с возвратной последовательностью (5), то с помощью характеристического уравнения данной последовательности

$$p\,k^q = k^{q-1} + k^{q-2} + \ldots + k^2 + k^1 + k^0 \quad (7).$$

легко получить уравнение знаменателя k геометрической прогрессии, соответствующей возвратной последовательности (7) при $T \gg Q$:

$$k = 1 + \frac{1}{p} - \frac{1}{pk^q} = \lim_{T\to\infty}\left(\frac{N_T}{N_{T-\Delta t}}\right) = \text{const} \quad (8).$$

Характеристическое уравнение (7) в общем случае неразрешимо в радикалах, но, учитывая, что переменные p и q – натуральные числа, достаточно просто определить границы области экономически возможных значений параметра обновления k и теоретически обосновать связь между типом воспроизводственного процесса на стационарной траектории и временными параметрами обновляемой совокупности, то есть сроком службы Q и периодом возмещения P. В частности, для параметра обновления k будут справедливы соотношения:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{p} \le k < 1, \quad если\ q < p \quad (Q < P) \\ k = 1, \quad если\ q = p \quad (Q = P) \\ 1 < k < 1 + \frac{1}{p}, \ если\ q > p \quad (Q > P) \end{array}\right\} \qquad (9),$$

Поскольку по условиям модели считаются известными срок службы Q и период возмещения P единиц совокупности, то необходимо прокомментировать соотношение (9) более «реновационным» способом (рис.5):

– при сроке службы меньшем периода возмещения $(Q<P)$ машина не обеспечивает собственного воспроизводства в натурально-вещественной форме, поэтому первоначальный парк оборудования N_0 после некоторого расширения в период $[Q+\Delta t,\ 2Q[$ начинает сокращаться вплоть до полного исчезновения; другими словами, на стационарной траектории формируется **сужающееся воспроизводство** парка машин, то есть $k<1$;
– при сроке службы равном периоду возмещения $(Q=P)$ каждое орудие труда функционирует ровно столько времени, сколько требуется для ее воспроизводства in natura, в результате чего в период $[Q+\Delta t,\ 2Q[$ формируется устойчивая величина парка оборудования, при некоторых условиях отличная от первоначально введенного и далее сохраняющаяся неизменной; таким образом, при $T \gg Q$ можно говорить о **простом воспроизводстве** рассматриваемой совокупности, то есть $k=1$;
– при сроке службы большем периода возмещения $(Q>P)$ единица оборудования обеспечивают не только собственное простое воспроизводство, но и создает дополнительную продукцию, позволяющую экспоненциально наращивать парк оборудования (теоретически бесконечно); следовательно, возникает **расширенное воспроизводство** стабильного парка оборудования, то есть $k>1$.

Следующей особенностью стабильного парка оборудования является постоянство его возрастной структуры и, в частности, среднего возраста и средней продолжительности предстоящего функционирования машин:

– при расширенном типе обновления $\{Q>P,\ k>1\}$ средний возраст единиц парка оборудования меньше половины срока службы машин и меньше средней продолжительности их предстоящего функционирования:

$$T_p < \frac{Q}{2} < T_f,\ если\ \ Q>P\ (k>1) \qquad (10);$$

– при простом типе обновления $\{Q=P,\ k=1\}$ средний возраст единиц парка оборудования равен половине срока службы машин и равен средней продолжительности их предстоящего функционирования:

$$T_p = \frac{Q}{2} = T_f,\ если\ \ Q=P\ (k=1) \qquad (11);$$

– при сужающемся типе обновления $\{Q<P,\ k<1\}$ средний возраст единиц парка оборудования больше половины срока службы машин и меньше средней продолжительности их предстоящего функционирования:

$$T_p > \frac{Q}{2} > T_f,\ если\ \ Q<P\ (k<1) \qquad (12),$$

где

T_p – средний возраст машин в стабильной совокупности (при $T \gg Q$);

T_f – средняя продолжительность предстоящего функционирования единицы оборудования в стабильной совокупности (при $T \gg Q$).

Очевидно, что для среднего возраста машин T_p в стабильной совокупности и средней продолжительности предстоящего функционирования T_f справедливо равенство $T_f + T_p = Q$. Отсюда, а также из выражения (11) следует, что в случае простого типа обновления совокупности ($Q=P$, $k=1$) средняя продолжительность предстоящего функционирования машин равна половине срока ее службы, а следовательно, легко отыскивается максимальное значение стабильного парка при $T \to \infty$, которое составит $N_{T\to\infty} = 2N_0$. Ранее автор уже приводил слова А.В.Жданко о том, что предельное значение амортизационного множителя Хорвата, определяющее потолок расширения парка машин и оборудования в ходе реинвестирования амортизационных отчислений, также равно двум: $m_a=2$ [1, с.285].

В изложенной выше стандартной модели воспроизводственная интеграция машин была представлена уравнением ввода новых машин, в котором число вновь вводимых машин V_T в момент времени T было поставлено в зависимость от периода возмещения P и количества средств труда $N_{T-\Delta t}$, то есть $V_T = \frac{\Delta t}{P} N_{T-\Delta t}$.

Однако возможен и другой способ математической формализации полномасштабной воспроизводственной интеграции эксплуатируемого парка оборудования, который до сих пор не был предметом исследования экономистов.

В этом случае решается обратная задача: уже не промежуток времени Δt задает число вновь вводимых машин V_T, а, наоборот, само количество функционирующих средств труда N_T определяет промежуток времени, в течение которого ими будет выпущено продукции в объеме, достаточном для изготовления одной аналогичной машины; иными словами, на сцену вместо параметра $\Delta t = \text{const}$ выступает новая переменная:

$$\Delta t_N = \frac{P}{N_T} \neq \text{const}. \qquad (13),$$

где:

Δt_N – отрезок времени, в течение которого парком машин N_T (то есть в момент времени T) будет произведено продукции в объеме, достаточном для изготовления одной машины, имеющей период возмещения, равный P.

Построив данный вариант модели непрерывного обновления, в которой каждая вновь созданная единица оборудования в соответствии с условием (13) сразу же поступает в эксплуатацию, можно легко убедиться, что подобная реновационная схема, в которой мы переходим, если можно так выразиться, от «абсолютного времени Ньютона» к « относительному времени Лейбница», имеет ряд общих черт с моделями, рассмотренными выше, но при этом также по некоторым признакам отличается от них.

Не останавливаясь подробно на деталях этой модели, укажем только, что выражение (13) позволяет получить еще одно решение для максимально возможного стабильного парка оборудования в случае равенства срока службы Q и периода возмещения P. Для этого достаточно взять за основу выражение $N_T = N_0 \frac{2p}{p+1}$ из соотношений (6) и, заменив в полученном уравнении $\Delta t = \text{const}$ на $\Delta t_N = \frac{P}{N_T} \neq \text{const}$, получить выражение $N_T = 2N_0 \frac{N_{Q-\Delta t}}{N_{Q-\Delta t}+1} = 2N_0 \frac{N_T}{N_T+1}$, откуда следует, что максимально возможный парк на стационарной траектории при равенстве срока службы и периода возмещения составит $N_T = 2N_0 - 1$. Напомним, аналогичное решение было получено Н.Н.Фельдманом в предложенном им варианте модели реинвестирования амортизационных отчислений [13, с.39] Н.Н.Фельдмана, то есть, вольно или невольно, он впервые сделал шаг от «абсолютного времени

Ньютона», которое фигурировало во всех моделях реинвестирования амортизации, к «относительному времени Лейбница».

Демографический аспект построенной модели обновления

Построенная модель лишь в порядке преемственности ориентирована на узкую нишу специфических систем, а именно – для парка машин. В действительности же ее математический аппарат является универсальным, применимым ко всем системам, включая как технические, так и биологические, а также демографические и социальные.

Буквально в нескольких словах о биологических и демографических аспектах модели.

Например, расширенное воспроизводство какой-либо группы животных возможно лишь в случае, если период взросления особи (аналог периода возмещения машины P) меньше, чем последующая взрослая самостоятельная жизнь особи (аналог срока службы машины Q). Если же эти две величины – период взросления и последующая взрослая жизнь – равны, то данная группа животных будет воспроизводиться в неизменном количестве. Наконец, если период взросления длится дольше, чем период взрослой жизни (например, в результате интенсивной охоты на взрослых животных), то данная группа животных обречена на вымирание. Иными словами, к биологической совокупности будут в полной мере относится построенные выше графики (рис.2-5), а также формулы (6)-(12). Схематично соотношения данных показателей и их эволюционные последствия могут быть изображены следующим образом:

период взросления особи P	***период взрослой жизни особи*** Q	численность группы возрастает $(Q > P)$

средний срок жизни особи

период взросления особи P	***период взрослой жизни особи*** Q	численность группы стабильна $(Q = P)$

средний срок жизни особи

период взросления особи P	***период взрослой жизни особи*** Q	численность группы сокращается $(Q < P)$

средний срок жизни особи

На очереди более сложный вопрос – эволюция демографических систем, то есть воспроизводство численности населения в расширенном, простом или сужающемся масштабе.

Сложность в данном случае обусловлена тем, что, в отличие от животного мира, в котором для каждой особи достаточно просто выделить период взросления как аналог периода возмещения машины P, и последующую взрослую самостоятельную жизнь как аналог срока службы машины Q, для демографической системы подобное выделение предполагает ряд особенностей. Отметим данные усложняющие анализ моменты:

– в частности, к периоду возмещения отдельно взятого индивидуума следует относить не только **период взросления** человека, то есть детство и юность, в течение которых он, находясь на иждивении, получает воспитание и образование для последующей самостоятельной профессиональной деятельности, но и **период пенсионной старости**, когда человек снова находится на иждивении общества и живет за счет фонда преемственности поколений. Таким образом, в случае человека показатель, аналогичный периоду возмещения P, состоит из двух частей – начального периода жизни и завершающего периода жизни.

– из сказанного выше следует, что **период взрослой жизни** человека, когда он полностью самостоятелен в семейном и профессиональном отношении, то есть аналог показателя срока службы машины Q, находится между двумя выделенными выше интервалами – периодом взросления и периодом пенсионной старости;
– наконец, в отличие от животного мира, усложняющим фактором в демографической системе является то, что выделенные три отрезка – период взросления; период взрослой, самостоятельной в семейном и профессиональном плане жизни и период пенсионной старости – не отделены друг от друга резкими границами. Эти периоды предполагают постепенное перерастание одной стадии в другую, то есть эти три периода частично накладываются и перекрывают друг на друга: например, человек может начать работать и обзавестись семьей еще в период учебы, равно как он может продолжать работать и после выхода на пенсию. Ниже будет показано, что именно данный усложняющий анализ фактор – частичное взаимное перекрывание отдельных периодов жизни человека – в конечном счете является ресурсом динамичного демографического развития населения.

Схематично соотношения данных показателей и их эволюционные последствия могут быть изображены следующим образом (серым фоном показаны взаимные перекрытия отдельных периодов, выделяемых в жизни индивидуума):

период взросления индивидуума P_1		***период взрослой самостоятельной жизни индивидуума*** Q		***период пенсионной старости индивидуума*** P_2	численность населения **возрастает** $(Q > P_1 + P_2)$

средний срок жизни индивидуума

период взросления индивидуума P_1		***период взрослой самостоятельной жизни индивидуума*** Q		***период пенсионной старости индивидуума*** P_2	численность населения **стабильна** $(Q = P_1 + P_2)$

средний срок жизни индивидуума

период взросления индивидуума P_1		***период взрослой самостоятельной жизни индивидуума*** Q		***период пенсионной старости индивидуума*** P_2	численность населения **сокращается** $(Q < P_1 + P_2)$

средний срок жизни индивидуума

Попробуем оценить потенциал демографического воспроизводства нашей страны на современном этапе в категориях построенной выше модели, то есть в виде переменных P и Q – но уже, разумеется, вкладывая в них соответствующий демографический смысл: соответственно период взросления P_1 и пенсионной старости P_2, с одной стороны, и период самостоятельной взрослой жизни Q, с другой. Расчет носит несколько приблизительный характер, поскольку точные статистические значения указанных выше переменных Росстатом не рассчитываются, и можно только опираться на предполагаемые ориентировочные величины, следующие из общеэкономических и общесоциальных критериев и признаков.

Мы можем оценить, что период взросления в настоящее время длится примерно до 21 года – кто-то приступает к трудовой деятельности чуть раньше, кто-то чуть позже.

Далее, средний возраст выхода на пенсию мы можем оценить ориентировочно в 55 лет. Хотя это официальный возраст выхода на пенсию только для женщины, а для мужчин 60 лет, но достаточно большая доля населения выходит на пенсию раньше 55-60 лет (например, в районах крайнего севера, или по инвалидности, или за выслугу лет при работе на особо сложных и социально ответственных, а также вредных работах).

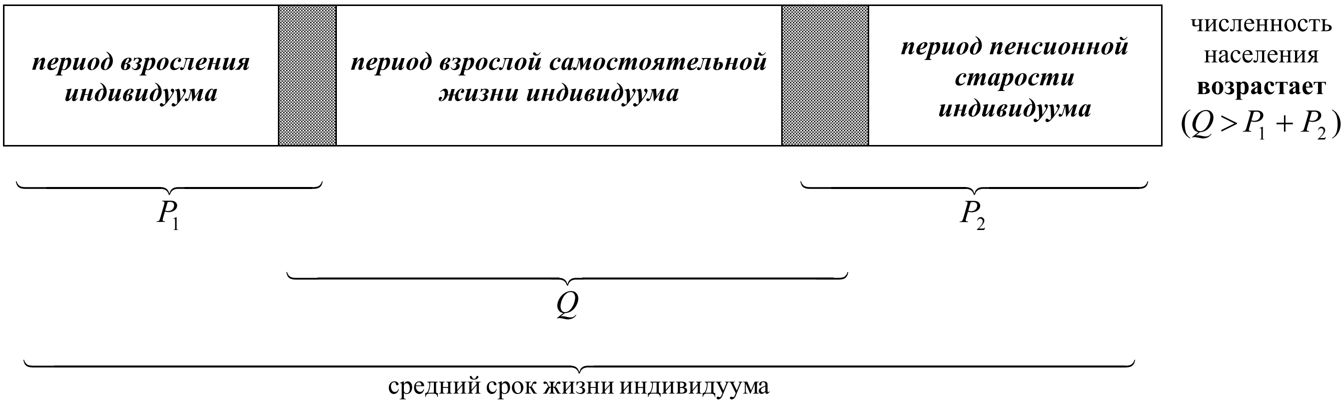
Таким образом, при средней продолжительности жизни среднестатистического российского гражданина примерно 69 лет, период взросления и пенсионной старости составляет 21 год + 14 лет = 35 лет, тогда как период взрослой самостоятельной жизни охватывает период с 21 года до 55 лет, то есть 34 года. Таким образом, демографические показатели, отвечающие переменным P и Q, практически равны, а следовательно, демографическая ситуация может быт оценена в лучшем случае как ситуация простого воспроизводства, а если точнее, то балансирующая на грани простого и сужающегося воспроизводства, то есть сокращения численности населения.

Однако очевидно, что в случае улучшения медицинского обслуживания населения средняя продолжительность жизни очевидно возрастет, и соответственно период пенсионной старости продлится (впрочем, так и должно быть). Но с точки зрения формальной логики модели это означает, что величина переменной P окажется больше, чем переменная Q, то есть возникнет формально-логическое условие сужающегося воспроизводства населения.

Каким образом возможно одновременное увеличение продолжительности жизни наших граждан далее нынешней средней величины 69 лет, и расширенное воспроизводство населения?

Решение есть, и оно вытекает из модели.

Выше мы отмечали, что, в отличие от биологических или механических систем, границы между переменными P и Q в демографических совокупностях не являются резко очерченными, а предполагают плавный переход. Как уже отмечалось, человек может начать работать и обзавестись семьей еще в период учебы, равно как он может продолжать работать и после выхода на пенсию. Из этого следует, что переменная Q, отвечающая взрослой самостоятельной жизни индивидуума, может быть увеличена как снизу (в рамках периода взросления путем более раннего начала трудовой деятельности, еще в период образования P_1 – как это широко практикуется в странах Запада), так и сверху (в рамках периода пенсионной старости P_2, когда человек, выйдя на пенсию, продолжает активную трудовую деятельность). Схематично это могло бы выглядеть так:



В результате становится возможным одновременное увеличение как периода взросления и пенсионной старости (переменная $P = P_1 + P_2$), так и периода взрослой самостоятельной жизни (переменная Q) при относительно стабильной средней продолжительности жизни. Фактически это будет не что иное, как возврат на новом историческом витке развития к тому образу жизни народа, когда подрастающее поколения с юности привлекалось к посильному труду, а старшее поколение старалось максимально участвовать в общественной жизни, также занимаясь посильной трудовой деятельностью и воспитывая молодое поколение.

В завершение два резюмирующих вывода.

1. Построенная автором модель примечательна тем, что, в отличие от экономической теории Маркса или теории факторов производства, она рассматривает условием функционирования системы (в виде простого, расширенного или сужающегося

воспроизводства) не какой-либо отдельный фактор (рабочую силу как источник прибавочной стоимости или же вклад отдельного абстрактного фактора производства), а **само же функционирование системы с точки зрения ее работоспособного долголетия**. Иными словами, вектор развития системы определяется вовсе не абстрактными признаками и свойствами, а соотношением физического времени, в течение которого система сохраняет свою работоспособность и полезность, и физического времени, в течение которого система воспроизводит свой аналог, то есть эквивалентную замену самой себе. Совпадение указанных временных параметров является условием простого воспроизводства, а несовпадение – условием или расширенного (если первое больше второго), или сужающегося (если первое меньше второго) воспроизводства.

2. Построенная модель в целях облегчения изложения ориентирована на узкую нишу специфических систем, а именно – для парка машин, поскольку именно эти объекты исторически были предметом исследования амортизации и ее реинвестирования. В действительности же построенный математический аппарат является универсальным, применимым ко всем системам – как техническим, так и биологическим, а также демографическим и социальным. В отношении демографических процессов это особенно важно, поскольку наше общество переживает серьезный кризис в виде сужающегося воспроизводства населения и соответственно различных социальных институтов, тогда как принципиально важным с точки зрения перспектив развития нашего общества является расширенное воспроизводство населения и социальных институтов.

Библиографический список

1. Жданко А.В. Детерминированная модель движения и амортизации основных фондов при расширенном воспроизводстве // Экономика и математические методы. 1970. Том VI. Вып.2. С.273-287.
2. Маркс К. Капитал. Т.2. – К.Маркс и Ф.Энгельс. Соч., т.24.
3. Маркс К. Теории прибавочной стоимости. – К.Маркс и Ф.Энгельс. Соч., т.26, ч.II.
4. Маркс К. Письмо Ф.Энгельсу от 20 августа 1862 года. – К.Маркс и Ф.Энгельс. Соч., т.30. С.229-231.
5. Маркс К. Письмо Ф.Энгельсу от 24 августа 1867 года. – К.Маркс и Ф.Энгельс. Соч., т.31. С.277-278.
6. Энгельс Ф. Письмо К.Марксу от 9 сентября 1862 года. – К.Маркс и Ф.Энгельс. Соч., т.30. С.232-233.
7. Энгельс Ф. Письмо К.Марксу от 27 августа 1867 года. – К.Маркс и Ф.Энгельс. Соч., т.31. С.279-283.
8. Гроздов Н. Амортизация и воспроизводство основных фондов // Вестник статистики. 1950. № 2. С.32-42.
9. Будавей В.Ю. Проблемы амортизации в промышленности. М.: Финансы, 1970. 192 с.
10. Шатилов Н.Ф. Моделирование расширенного воспроизводства. М.: Экономика, 1967. 175 с.
11. Шатилов Н.Ф. Анализ зависимостей социалистического расширенного воспроизводства и опыт его моделирования. Новосибирск: Наука, 1974. 250 с.
12. Вихляев А.В. Амортизационный фонд и накопление. Львов: Изд-во Львовского ун–та, 1970. 150 с.
13. Фельдман М.Н. Амортизация как источник расширенного воспроизводства основных фондов // Финансы СССР. 1970. № 7. С.36-43.
14. Баранов Д.А. Сроки амортизации и обновления основных производственных фондов: вопросы теории и методологии. М.: Наука, 1977. 157 с.
15. Ланге О. Теория воспроизводства и накопления. М.: Изд-во иностр.лит., 1963. 141 с.
16. Ожерельев О. Интенсификация возмещения основных производственных фондов // Вопросы экономики. 1985. № 10. С.3-13.
17. Сорокин Г.М. Темпы роста советской экономики // Вопросы экономики. 1986. № 2. С.11–21.
18. Хорунжий Л.А. Амортизационный фонд. М.: Экономика, 1971. 248 с.
19. Белова С.В. Фонд возмещения средств труда и динамика первого подразделения. М.: Наука, 1977. 166 с.
20. Будавей В.Ю. Проблемы амортизации в промышленности. М.: Финансы, 1970. 192 с.
21. E.D.Domar. Essays in the Theory of Economic Growth. New York, 1957. 272 p.
22. Кожневская И. Теория обновления основных фондов и рекуррентные уравнения. М.: Статистика, 1971. 271 с.
23. Игнатов А.В. Об одной модели обновления основных фондов производственного объекта. – Деп. в ВИНИТИ. 1990. 12 с.