Александр ИГНАТОВ

ДЕНЕЖНАЯ И НАЛОГОВАЯ ПОЛИТИКА ДЛЯ XXI СТОЛЕТИЯ

Часть 2. Опыт применения direct-costing в микроэкономике[1]

Теоретическая модель

Показатели постоянных и переменных затрат (в англоязычной литературе *fixed cost* и *variable cost* соответственно), используемые в управленческом анализе, в настоящее время являются уже настолько привычными, что удивить ими кого-либо трудно. Но, несмотря на это, их применению на практике мешает то, что учетные регистры, принятые как в зарубежном, так и в отечественном бухгалтерском учете, не совсем удобны в плане группировки затрат предприятия на постоянные и переменные, и не позволяют произвести данное деление с желаемой точностью. В результате этого повышенный интерес к этим показателям, имевший место в первой половине 90-х гг., постепенно сменился если не разочарованием, то заметным охлаждением, как это случается с надеждами, которые не оправдались. Однако думается, что идея постоянных и переменных затрат еще не исчерпала себя окончательно; в частности, изучая влияние спроса покупателей на цены, издержки и прибыль организаций, автору удалось совместить в одной модели общеизвестные эконометрические приемы, суть которой сводится к следующему.

На первом шаге строится тривиальная линейная модель зависимости спроса покупателей от цены на товар, опирающаяся на данные за два смежных периода времени.

На втором этапе отыскиваются постоянные и переменные затраты. Как известно, проблема состоит в том, что строгого метода разделения затрат фирмы на постоянные и переменные не существует, поэтому на практике данное разделение часто производится несколько прямолинейно. Считается, что расходы, отнесенные на счет 20 "Основное производство" (или в торговле 44 "Расходы на продажу"), представляют собой переменные затраты, а расходы, первоначально попадающие на счет 26 "Общехозяйственные расходы", и уже далее на счет 20 или 44, есть постоянные затраты. Не вдаваясь в детали, отметим, что недостатки, присущие такому разделению по бухгалтерскому принципу, слишком очевидны, а потому экономисты стараются уйти от этого способа и модифицировать его, стремясь провести разделительную линию между затратами более гибко (или же используют данные управленческого учета – при его наличии). Между тем, если исходить из гипотезы, что постоянные и переменные затраты предприятия суть категории объективные, существующие независимо от способов ведения учета, то должны быть и математические методы, которые позволяют отыскать объективно существующую между ними грань.

Наконец, на третьем шаге результаты, полученные на двух первых шагах, сводятся воедино в виде уравнения, дифференцирование которого дает возможность отыскать цену, максимизирующую прибыль фирмы, – а это на сегодняшний день более чем актуально.

Обратимся к математической стороне модели, для чего примем, что деятельность фирмы характеризуется следующими показателями:

Таблица 5

Смежные периоды времени, равные $\Delta t \to 0$	Физический объем продаж товаров, единицы	Цена товаров, руб.	Средняя себестоимость единицы товаров (удельная себестоимость), руб.
А	1	2	3
Первый	y_1	x_1	z_1
Второй	y_2	x_2	z_2

[1] Отдельные фрагменты данного раздела опубликованы в журнале «Маркетинг в России и за рубежом (2003, № 2).

Допустим, что физический объем продаж товаров $y(x)$ является линейной функцией от цены товаров x, то есть мы имеем следующую зависимость спроса от цены:

$$y(x) = kx + b \qquad (1),\text{ где}$$

$y(x)$ – физический объем продаж товаров (в физических единицах);

x – цена товаров (руб. за единицу);

k и b – коэффициенты, связывающие между собой физический объем продаж и цену.

Согласно данным табл.5, для коэффициентов k и b в этом случае справедливо:

$$k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{и} \quad b = y_1 - \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} x_1$$

Если является верным предположение, что покупательский спрос зависит от цены (а он часто таков), то при прочих равных условиях повышение цен приводит к сокращению спроса, а снижение цен, наоборот, к расширению спроса. Это означает, что коэффициент k в выражении (1) будет отрицателен, а коэффициент b, наоборот, положителен (рис.2).

Почему предполагается, что зависимость (1) линейна – ведь экономические процессы, как правило, нелинейны?
Да, действительно, экономическим процессам на длительных промежутках времени свойственна нелинейность, а потому разумными временными рамками для такого рода анализа будут данные за два смежных периода времени. Последнее означает, что функция $y(x)$ может быть построена на основе временного ряда, состоящего из двух точек (рис.2), и, следовательно, при отсутствии иных экзогенных предположений о характере функции $y(x)$ линейная функция окажется единственным претендентом для математической формализации спроса от цены.
Если из года в год строить такого рода зависимости для двух последних лет (вероятнее всего, каждый год коэффиценты k и b будут разными) и соединять их последовательно между собой, то мы можем получить в итоге кусочно-линейную функцию (сплайн). Эта функция по мере роста цен или, наоборот, их снижения, будет обладать свойством насыщения. При достижении определенного уровня цены – как снизу, так и сверху – данная зависимость станет нелинейной, когда объем продаж или очень мало зависит, или практически уже не зависит от изменения цены. Однако парадокс в том, что эту кусочно-линейную функцию в чистом виде нельзя будет применять в расчетах. Будучи сложена из кусков, полученных в разные годы, она будет и "кусочно-достоверной", то есть каждый ее линейный кусок будет справедлив лишь для того отдельно взятого года, когда он был получен (другими словами, эта функция на свой лад исторична и справедлива для отрезка времени, который условно можно принять равным $\Delta t \to 0$).

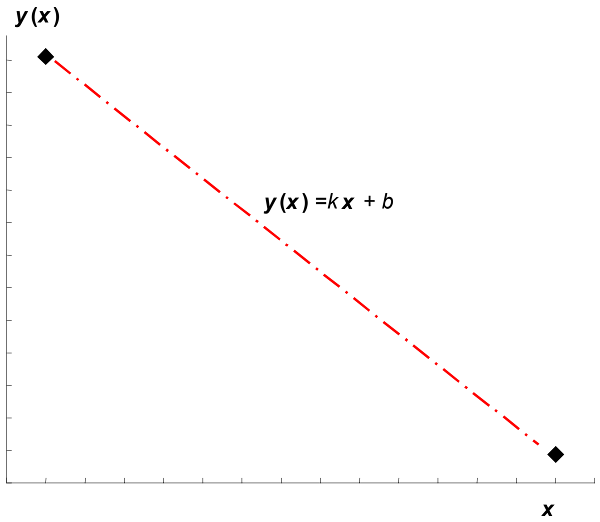

Рис.2. Зависимость объема продаж от цены

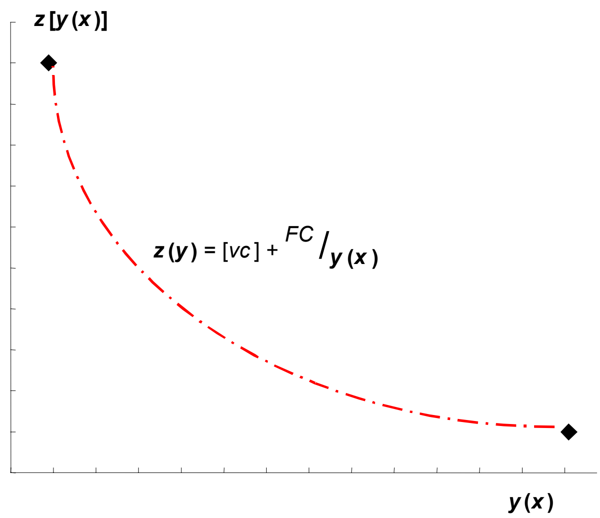

Рис.3. Зависимость удельной себестоимости от объема продаж

Если исходить из того, что зависимость себестоимости единицы товара от физического объема продаж формируется как функция переменных затрат (*variable cost*) и постоянных затрат (*fixed cost*), то данная зависимость будет выглядеть так:

$$z(y) = \frac{VC + FC}{y(x)} = [vc] + \frac{FC}{y(x)} \qquad (2),\text{ где}$$

$z(y)$ – удельная себестоимость товаров (руб. на единицу товара);
FC – постоянные затраты фирмы (руб.);
VC – переменные затраты фирмы (руб.);
$[vc]$ – удельные переменные затраты товаров (руб. на единицу товара).

Согласно данным табл.5, для переменных vc и FC справедливо:

$$FC = \frac{z_1 - z_2}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2}} \quad \text{и} \quad [vc] = z_1 - \frac{z_1 - z_2}{1 - \frac{y_1}{y_2}}$$

Если функцию зависимости себестоимости единицы товара $z(y)$ от объема продаж $y(x)$, изобразить графически (рис.3), то обнаруживается, как с ростом продаж снижаются удельная себестоимость – иначе говоря, мы наблюдаем эффект масштаба производства.

Знание величин постоянных затрат FC и удельных переменных затрат $[vc]$, а также цены товара x позволяет отыскать так называемую точку безубыточности.

Она обычно находится по следующей формуле:

$$y_{\min} = \frac{FC}{x - [vc]}, \text{ где}$$

$y_{\min}$ – безубыточный объем продаж товаров (в физических единицах).

Но поскольку объем продаж $y(x)$ и цена x связаны линейной зависимостью в соответствии с выражением (1), то это означает, что общепринятая формула для нахождения точки безубыточности может быть модифицирована. В частности, цена x может быть представлена в виде обратной функции от объема продаж $y(x)$. С учетом сказанного минимальный объем продаж $y_{\min}$, при котором прибыль равна нулю, составит

$$y_{\min} = \frac{FC}{x - [vc]} = \frac{FC}{\frac{y_{\min} - b}{k} - [vc]} \qquad (3).$$

Квадратное уравнение, решаемое относительно $y_{\min}$, согласно правилам математики, может или не иметь решений, или иметь одно решение, или иметь два решения. Последний случай наиболее интересен, поскольку на основе полученных двух решений возможно установить две цены – нижнюю и верхнюю, – образующих не точку, а **интервал безубыточности**. Внутри последнего фирма может отыскать ту цену, которая обеспечит ей максимум прибыли.

Если в выражение (2) подставить вместо $y(x)$ выражение (1), то можно перейти непосредственно к зависимость удельной себестоимости $z(x)$ от цены товара x:

$$z(x) = [vc] + \frac{FC}{kx + b} \qquad (4), \text{ где}$$

$z(x)$ – удельная себестоимость товаров (руб. на единицу товара).

Построенный для зависимости (4) график (рис.4) наглядно показывает, как в условиях эластичного спроса снижение цены приводит к снижению себестоимости единицы товаров.

Далее, зная зависимость объема продаж $y(x)$ и удельной себестоимости $z(x)$ от цены товара x, выводится функция зависимости прибыли $P(x)$:

$$P(x) = y(x)\left[x - z(x)\right] = kx^2 + (b - k \cdot [vc])x - (b \cdot [vc] + FC) \qquad (5), \text{ где}$$

$P(x)$ – прибыль от продажи товаров (руб.).

Поскольку коэффициент k при эластичном спросе отрицателен, то функция прибыли $P(x)$ имеет максимум. Графическая интерпретация выражения (5), представленная на рис.4, показывает не только этот максимум, означающий, что есть некоторая цена, обеспечивающая максимум прибыли для фирмы, но и границы **интервала безубыточности**, о котором говорилось выше (в виде точек пересечения графика с осью абсцисс).

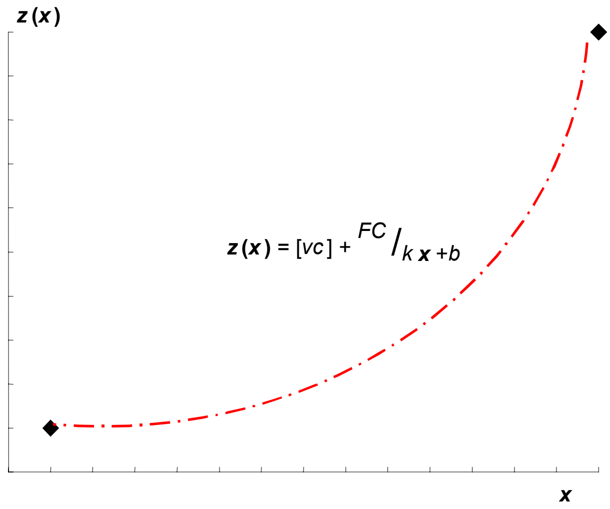

Рис.4. Зависимость удельной себестоимости от цены

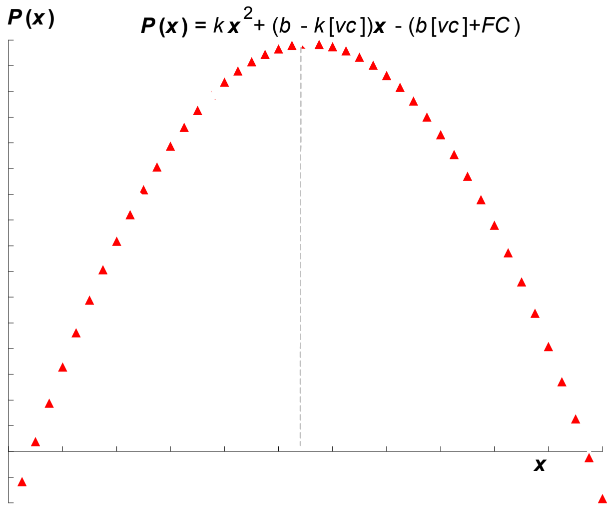

Рис.5. Зависимость прибыли от цены

Примечание: на рис.2-4 изображенные в концах графиков точки есть условные изображения данных табл.5.

Для максимизации прибыли $P(x)$ отыскивается первая производная функционала (5):

$$P'(x) = 2kx + b - k[vc].$$

Приравняв ее нулю и решив уравнение, получаем следующее выражения цены, объема продаж, удельной себестоимости и выручки, обеспечивающие максимум прибыли:

- цена $x = \frac{1}{2}\left([vc] - \frac{b}{k}\right)$ (6);
- физический объем продаж $y = \frac{1}{2}\left(k[vc] + b\right)$ (7);
- себестоимость единицы товара $z = [vc] + \frac{2 \cdot FC}{k[vc] + b}$ (8);
- выручка $xy(x) = \frac{1}{4}\left(k[vc]^2 - \frac{b^2}{k}\right)$ (9).

Но прежде чем перейти к рассмотрению примеров, отметим возможные проблемы, которые возникают при применении данного метода.

Прежде всего, поскольку данная математическая модель справедлива в предположении, что сравниваемые между собой периоды времени представляют собой бесконечно малые промежутки времени ($\Delta t \to 0$), то это нужно понимать в том смысле, что предлагаемый метод в неявной форме исходит из сопоставимости цен и переменных затрат в сравниваемых периодах времени. А следовательно, точность получаемых результатов зависит от темпов инфляции. Чем выше темпы инфляции, тем ниже точность результата, и наоборот, чем ниже инфляция, тем точнее результат (абсолютной точный результат будет получен при условии, что инфляция отсутствует).

Далее, гипотеза о бесконечной малости промежутков сравниваемых между собой периодов времени ($\Delta t \to 0$) означает также, что предлагаемый метод в неявной форме предполагает и неизменность постоянных затрат предприятия в сравниваемых периодах времени. Иначе говоря, при наличии скачкообразных изменений составляющих постоянных затрат между сравниваемыми периодами времени точность модели также будет падать, а следовательно, этот момент тоже нужно корректно учитывать.

В связи с необходимостью учета инфляционного фактора, а также учета возможного скачка постоянных затрат, возникает задача, каким образом уменьшить степень их влияния с целью повысить точность анализа. Один из применяемых автором способов заключается в следующем: год разбивается на два полугодия (именно поэтому в табл.1 указано "период"), каждое из которых становится базой для поиска значений постоянных и переменных затрат и точки безубыточности. Тем самым влияние темпа инфляции и возможного скачка постоянных затрат снижается как бы вдвое, что позволяет получить более точные результаты. В этом случае, к примеру, формула (2) выглядит следующим образом:

$z(y) = [vc] + \dfrac{FC}{2 \cdot y(x)}$, здесь: $y(x)$ – тоже физический объем продаж, но уже за полугодие.

Наконец, третья сложность, связанная с применением предлагаемого метода, заключается в том, что он наиболее эффективен в случае монопродуктовых предприятий (выпускающих один вид продукта). Разумеется, подобное предприятие в чистом виде абстракция, поэтому на практике можно "разделить" реальное многопродуктовое на несколько условных "однопродуктовых". В деле разделения на помощь приходит или бухгалтерский учет, который при всех его недостатках все же вполне корректно определяет величину себестоимости – если даже не каждого вида продукта (товара) в отдельности, то, по крайней мере, их агрегированных по какому-либо признаку групп, – или тот же управленческий учет, в котором себестоимость может быть вычислена и более точно.

Преимущество же данной модели заключается в том, что она позволяет обойтись минимумом данных (всего шесть величин), при этом на сегодняшний день их легко получить с помощью обычных бухгалтерских регистров: речь идет о выручке, себестоимости и физическом объеме проданных продуктов (товаров). А самое же главное достоинство предлагаемой модели в том, что она позволяет, помимо установления величин переменных и постоянных затрат, еще и найти оптимальную, максимизирующую прибыль предприятия, цену товара, то есть ответить на вопрос, на который сегодняшние традиционные модели *direct-costing* и *activity-based costing* пока еще ответа не дают. И, как показывает опыт автора, несмотря на перечисленные сложности, практическое применение разработанной модели отношению к предприятиям, относящимся к самым различным отраслям, оказывается достаточно плодотворным. Она позволяет наглядно демонстрировать руководителям предприятий скрытые (а порой уже упущенные) возможности оптимизации ценовой политики. Как выглядит подобный анализ, показывается ниже на трех различных примерах: два первых являются точным воспроизведением построенной выше в виде выражений (1)-(9) модели, третий – адаптацией данной модели к одному более сложному частному случаю.

ПРИМЕР 1. В табл.6 приводятся показатели реализации товара, выпускаемого предприятием сферы материального производства, за 2000-01гг.

Таблица 6

Годы	Выручка от продаж, руб.	Себестоимость продаж, руб.	Прибыль от продаж, руб. [гр.1 – гр.2]	Объем продаж, шт.	Средняя цена, руб. за 1 шт. [гр.1 : гр.4]	Удельные себестоимость, руб. на 1 шт. [гр.2 : гр.4]	Удельная прибыль, руб. на 1 шт. [гр.5 – гр.6]
А	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2000	358 945	147 844	211 101	67 341	5,33	2,20	3,13
2001	484 535	210 909	273 626	98 301	4,93	2,15	2,78

Как видно из табл.6, в 2001г. произошло снижение цены товара (с 5,33 тыс.руб. до 4,93 тыс.руб. за единицу) при одновременном росте объема продаж (с 67 341 единиц до 98 301 единицы), то есть явно проявились признаки, что покупатели чутко отреагировали на изменение цены (рис.6).

С помощью табл.6 и выражения (1) составляется система линейных уравнений:

$$\begin{cases} 4{,}93k + b = 98301 \\ 5{,}33k + b = 67341 \end{cases},$$

– решение которой дает искомую линейную зависимость (она изображена также на рис.6):

$$y(x) = -77400x + 479883 \qquad (10)$$

Кроме того, из табл.6 следует, что в 2001г. произошло также снижение себестоимости единицы товара (с 2,20 до 2,15 тыс.руб. за единицу) при одновременном росте объема продаж (с 67 341 единиц до 98 301 единицы). Опять же с помощью табл.6 и выражения (2) составляется еще одна система линейных уравнений:

$$\begin{cases} [vc] + \dfrac{FC}{98301} = 2{,}15 \\ [vc] + \dfrac{FC}{67341} = 2{,}20 \end{cases},$$

– решение которой дает, что постоянные затраты FC = 10 691 тыс.руб. и удельные переменные затраты $[vc]$ = 2,04 тыс.руб. на единицу товара.

Знание величин постоянных затрат FC и удельных переменных затрат $[vc]$, а также цены товара x позволяет с помощь выражения (3) установить интервал безубыточности:

$$y_{\min} = \frac{FC}{x - [vc]} = \frac{FC}{\dfrac{y_{\min} - b}{k} - [vc]} = \frac{10691}{\dfrac{y_{\min} - 479883}{-77400} - 2{,}04}$$

Решение квадратного уравнения дает две точки безубыточности для предприятия: 319 396 единицы при средней цене 2,07 руб. и 2 591 единица при средней цене 6,17 руб. Очевидно, что на момент анализа более реальна вторая величина, а следовательно, достигнутый в 2001г. объем продаж (98 301 единица) в 38 раз превышает безубыточный объем продаж (2 591 единица), то есть разница просто колоссальная. А это дает основание полагать, что фирма уже может позволить себе наращивать свою прибыль не только за счет повышения цен, а, даже, наоборот, за счет их снижения, как это было в примере 1.

Далее составляется функция зависимости себестоимости единицы товара $z(y)$ от объема продаж $y(x)$ (данная функция изображена на рис.7):

$$z(y) = [vc] + \frac{FC}{y(x)} = 2{,}04 + \frac{10691}{y(x)} \qquad (11).$$

Если в выражение (11) подставить вместо $y(x)$ выражение (10), то получается уже зависимость себестоимости единицы товара $z(x)$ от цены товара x (рис.8):

$$z(x) = [vc] + \frac{FC}{kx + b} = 2{,}04 + \frac{10691}{-77400x + 479883} \qquad (12).$$

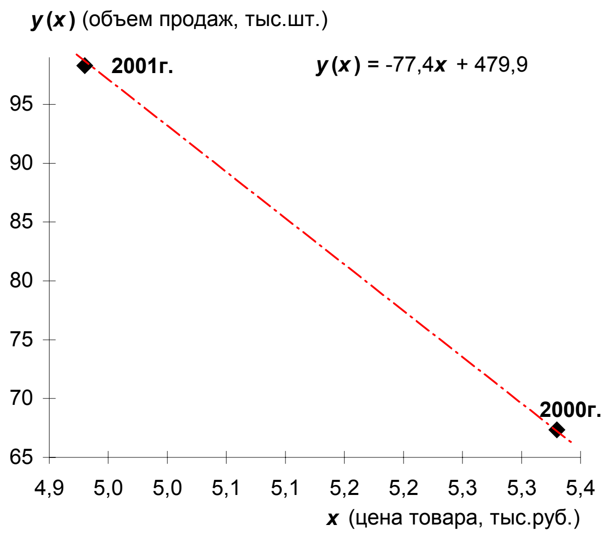

Рис.6. Зависимость объема продаж товара от цены

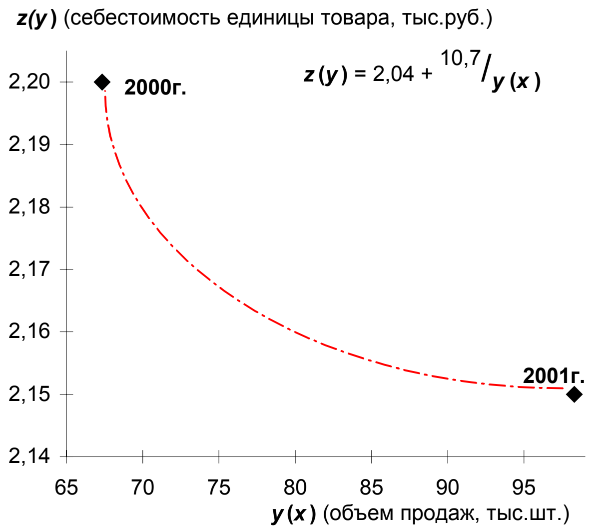

Рис.7. Зависимость себестоимости единицы товара от объема его продаж

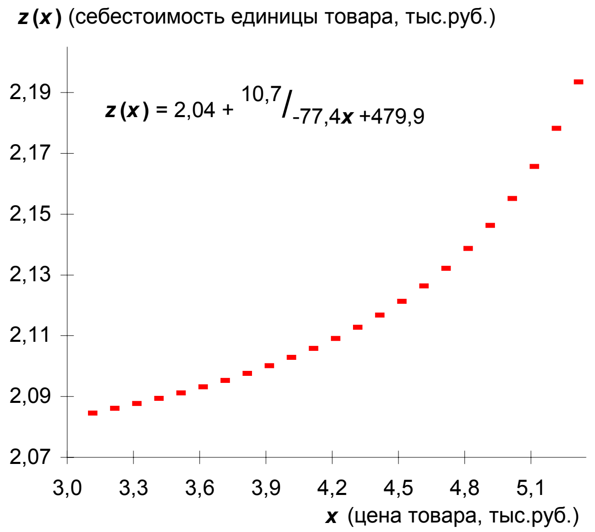

Рис.8. Зависимость себестоимости единицы товара от цены

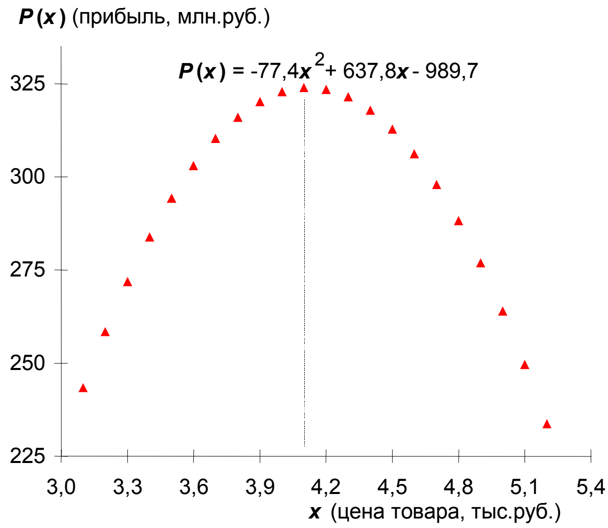

Рис.9. Зависимость прибыли предприятия от цены

Далее, зная зависимость объема продаж $y(x)$ от цены товара x, а также зависимость себестоимости единицы товара $z(x)$ от цены x, выводится уже функция зависимости прибыли $P(x)$ от цены товара x:

$$P(x) = y(x)\left[x - z(x)\right] = -77400\,x^2 + 637779x - 989652 \qquad (13).$$

Графическая интерпретация выражения (13), представленная на рис.9, имеет отчетливо выраженный максимум, означающий, что есть некоторая цена, обеспечивающая максимум прибыли для предприятия на рынке продаваемых им товаров.

Для максимизации прибыли $P(x)$ находим первую производную выражения (13):

$$P'(x) = 2kx + b - k[vc] = -154800x + 637779\,.$$

Приравнивая ее нулю и решая полученное уравнение, отыскиваем следующее значения цены, объема продаж, себестоимости и выручки, оптимальные с точки зрения прибыли предприятия (максимизирующие прибыль):

- цена единицы товара $x = 4{,}12$ тыс.руб., или 83,6% к уровню 2001г.;
- объем продаж $y(x) = 160994$ шт., то есть увеличение на 63,8% к уровню 2001г.;
- себестоимость единицы товара $z(x) = 2{,}11$ тыс.руб., что означает 98,1% к 2001г.;

- прибыль на единицу товара $x - z(x) = 2{,}01$ тыс.руб., или 72,3% к уровню 2001г.;
- выручка от продаж $x\,y(x) = 663{,}30$ млн.руб., то есть рост на 36,9% к 2001г.;
- прибыль $P(x) = y(x)[x - z(x)] = 323{,}60$ млн.руб., что равносильно росту против прошлого года на 18,3%;
- наконец, рентабельность продаж $\dfrac{P(x)}{x\,y(x)}$ составит 48,8% против 56,5% в 2001г.

Если к этому добавить еще вывод о почти 40-кратном превышении достигнутого предприятием объема продаж по сравнению с точкой безубыточности, то ясно, что предприятие обладает очень большим потенциалом роста прибыли, для реализации которого нужно просто снизить цены по сравнению с 2001г.

ПРИМЕР 2. Показанный в примере 1 случай влияния цены на объем продаж и издержки является очень показательным, однако пока еще не самым распространенным случаем в жизни российских предприятий. Мало кто из них в настоящее время решается снижать цены, даже чуть-чуть. Обычно такое снижение цен является не столько стратегическим шагом, продиктованным целенаправленно осуществляемой ценовой политикой, сколько вынужденной реакцией предприятия на собственное же предыдущее слишком резкое повышение цен, которое отпугнуло покупателей (собственно говоря, именно это было причиной снижения цен в случае предприятия, показанного в примере 1). Гораздо чаще на практике приходится сталкиваться с ситуацией, которая приведена в табл.3 и которая показывает, как неосторожное повышение цен всего на 5% отпугнуло покупателей и привело к катастрофическому падению физического объема продаж более чем на 13%.

Таблица 7

Годы	Выручка от продаж, руб.	Себестоимость продаж, руб.	Прибыль от продаж, руб. [гр.1 – гр.2]	Объем продаж, кг	Средняя цена, руб. за 1 кг [гр.1 : гр.4]	Удельная себестоимость, руб. на 1 кг [гр.2 : гр.4]	Удельная прибыль, руб. на 1 кг [гр.5 – гр.6]
A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2001	45 426 662	43 595 214	1 831 448	8 447 751	5,38	5,16	0,22
2002	42 143 858	39 366 852	2 777 006	7 471 472	5,64	5,27	0,37

Примечание: особенностью продаваемых товаров было то, что они продаются на вес, то есть в тоннах и килограммах, что позволяет рассматривать их как однородную товарную массу.

Как видно из табл.7, в 2002г. произошел рост средней цены товаров по сравнению с предыдущим годом (с 5,38 руб. до 5,64 руб. за 1 кг) при одновременном значительном сокращении объема продаж (с 8447751 кг до 7471472 кг), то есть также явно проявились признаки, что спрос покупателей зависит от цены (рис.10).

Опять же предполагая, что зависимость объема продаж $y(x)$ от цены x подчиняется выражению (1), находим искомую линейную функцию (она также изображена на рис.10):

$$y(x) = -3\,754\,919x + 28\,649\,215 \qquad (14).$$

Кроме того, из табл.7 следует, что в 2002г. снижение объема продаж сопровождалось ростом себестоимости 1 кг реализуемых товаров (с 5,09 до 5,18 руб.). Составляя в соответствии с выражением (2) еще одну систему уравнений:

$$\begin{cases} [vc] + \dfrac{FC}{8\,447\,751} = 5{,}16 \\ [vc] + \dfrac{FC}{7\,471\,472} = 5{,}27 \end{cases},$$

– отыскиваем величины постоянных и удельных переменных затрат: FC = 7111579 руб. и $[vc]$

= 4,32 руб. на 1 кг товаров.

Зная величины постоянных затрат FC и удельных переменных затрат $[vc]$, а также зависимости объема продаж от цены товара x, опять же отыскиваем **интервал безубыточности**. Для условий 2001-02гг. минимальный объем продаж $y_{\min}$, при котором прибыль фирмы была бы равна нулю, находится из уравнения

$$y_{\min} = \frac{FC}{x-[vc]} = \frac{FC}{\dfrac{y_{\min}-b}{k}-[vc]} = \frac{7111579}{\dfrac{y_{\min}-28\,649\,215}{-3\,754\,919}-4{,}32}$$

Решение квадратного уравнения относительно $y_{\min}$ дает следующие две точки безубыточности: 9 665 095 кг при средней цене 5,06 руб. за 1 кг товаров и 2 762 870 кг при средней цене 6,89 руб. за 1 кг товаров (забегая вперед, отметим, что эти точки очень хорошо видны на рис.13). Очевидно, что в настоящий момент предприятие находится примерно посередине между двумя точками безубыточности, все еще имея солидный резерв даже на фоне снижения в 2002г. спроса на 13% по сравнению с 2001г. в результате увеличения цен.

Как обычно, выводим функции зависимости себестоимости 1 кг товаров $z(y)$ от объема продаж $y(x)$ и от цены товаров x (данные функции изображены на рис.11-12):

$$z(y) = [vc] + \frac{FC}{y(x)} = 4{,}32 + \frac{7111579}{y(x)} \qquad (15),$$

$$z(x) = 4{,}32 + \frac{7111579}{-3\,754\,919x + 28\,649\,215} \qquad (16).$$

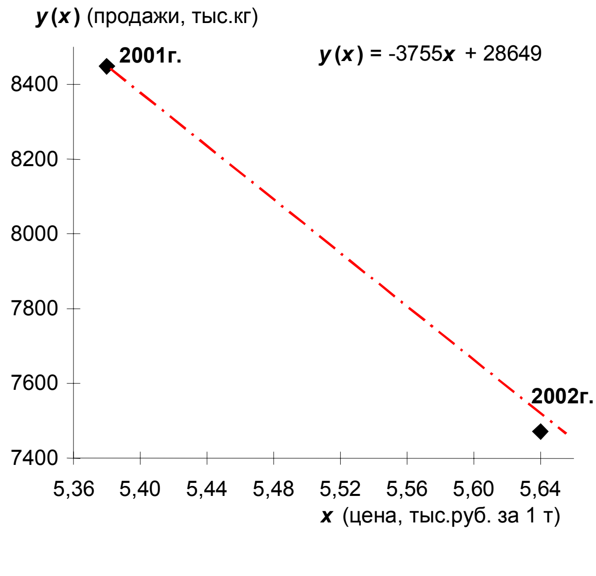

Рис.10. Зависимость объема продаж товаров от их цены

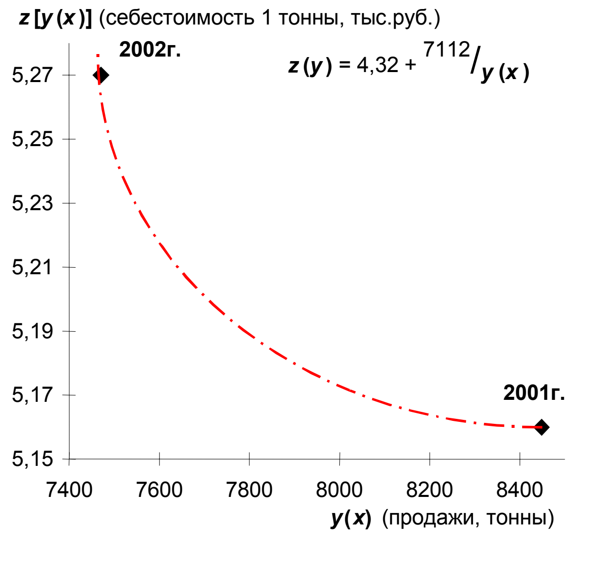

Рис.11. Зависимость себестоимости 1 тонны от объема продаж

Примечание: на рис.10-13 в качестве единицы измерения объема продаж взят не 1 кг, а 1 тонна (это сделано с целью уменьшить число знаков в показателях вдоль оси и на графике).

Получив зависимость объема продаж $y(x)$ от цены товаров x, а также зная зависимость себестоимости 1 кг товаров $z(x)$ от их цены x, находим функцию зависимости прибыли $P(x)$ от цены товаров x:

$$P(x) = y(x)\big[x - z(x)\big] = -3\,754\,919x^2 + 44\,870\,465x - 130\,876\,188 \qquad (17),$$

Графическая интерпретация выражения (17), представленная на рис.13, как и в первом примере, имеет отчетливо выраженный максимум, означающий, что есть некоторая цена, обеспечивающая максимум прибыли от реализации товаров.

В итоге, дифференцируя выражение (17) и решая полученное уравнение, отыскиваем следующие значения цены x, себестоимости $z(x)$ и объема продаж $y(x)$, обеспечивающие максимум прибыли $P(x)$ от реализации товаров:

- цена 1 кг товаров $x = 5{,}97$ руб., или 105,9% к 2002г.;
- объем продаж $y(x) = 6\,232\,349$ кг, то есть всего лишь 83,4% к уровню 2002г.;
- себестоимость 1 кг товаров $z(x) = 5{,}46$ руб., или 103,6% к уровню 2002г.;
- прибыль на 1 кг товаров $x - z(x) = 0{,}51$ руб., или же 137,8% к уровню 2002г.;
- выручка от продаж $xy(x) = 37\,207\,124$ руб., что означает снижение на 11,7% по сравнению с 2002г.;
- прибыль составит $P(x) = 3\,178\,498$ руб., то есть имеет место рост на 14,5% против 2002г. (на рис.13 точка максимума маркирована вертикальной пунктирной линией, там же для сравнения маркерами показаны фактические уровни цен и прибыли в 2001-02гг.).

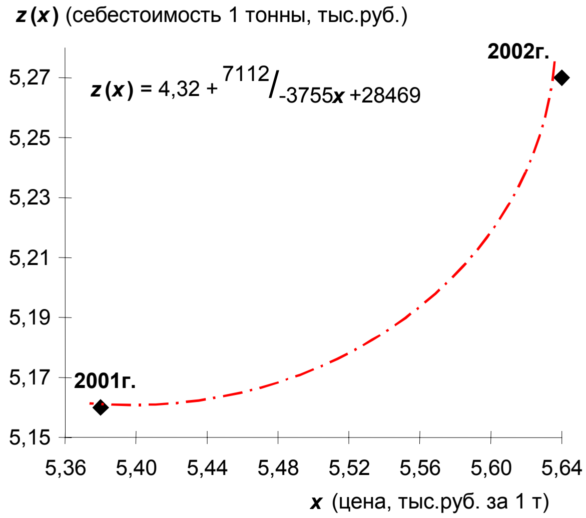

Рис.12. Зависимость себестоимости 1 тонны товаров от цены

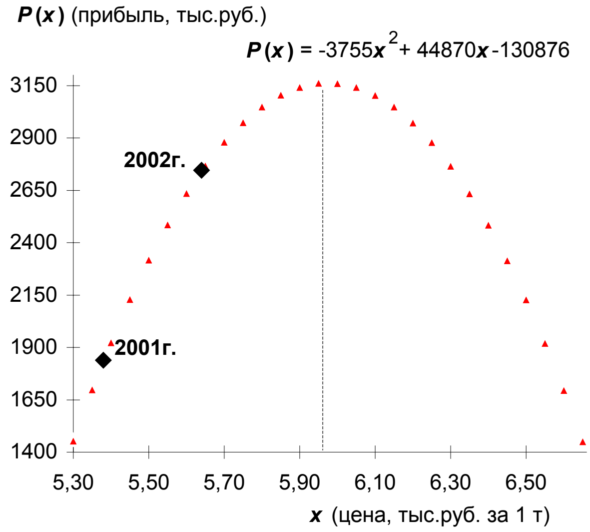

Рис.13. Зависимость прибыли от цены

Общий вывод безрадостный, поскольку интересы организации и покупателей противоречат друг другу. При росте цен растет прибыль организации, но падает спрос, то есть страдает покупатель; при снижении же цен спрос растет, то есть покупатель выигрывает, но снижается прибыль организации. Коллизию интересов продавца и покупателя нужно понимать в том смысле, что проводимая организацией в 2001-02гг. ценовая политика не учитывала платежеспособный спрос, и нуждается в корректировке.

ПРИМЕР 3. Но еще чаще, чем с картиной, показанной в примере 2, приходится сталкиваться с ситуацией, которая приведена в табл.8. Она тоже поддается исследованию посредством предлагаемой в статье модели, однако содержательная интерпретация решения является более замысловатой, поэтому этот случай рассматривается последним.

В явном виде такого свойства эластичного рынка, как снижение продаж при увеличении цены (это имело место в примере 2), в табл.8 не наблюдается: объем продаж растет все три года (с 754 тыс.кг до 899 тыс.кг), несмотря на заметный рост цены (с 13,39 руб. до 17,85 руб.). Не видно и признаков, которые могли бы проявиться, если бы затраты на единицу выпускаемой продукции формировались как функция переменных затрат и постоянных затрат: при росте объема продаж себестоимость единицы товара должна была бы снижаться, – тогда как в табл.8, наоборот, она растет (с 10,14 до 13,75 руб. за 1 кг).

Таблица 8

Годы	Выручка от продаж, тыс.руб.	Себестоимость продаж, тыс.руб.	Прибыль от продаж, тыс.руб. [гр.1 – гр.2]	Объем продаж, тыс.кг	Средняя цена, руб. [гр.1 : гр.4]	Удельная себестоимость, руб. на 1 кг [гр.2 : гр.4]	Удельная прибыль, руб. на 1 кг [гр.5 – гр.6]
А	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1999	10 095	7 643	2 452	754	13,39	10,14	3,25
2000	13 073	9 636	3 437	863	15,15	11,17	3,98
2001	16 043	12 357	3 686	899	17,85	13,75	4,10

Примечание: как и в примере 2, особенностью товаров является то, что, несмотря на различия ассортиментного характера, они сопоставимы по массе, что позволяет рассматривать их как один, или, по крайней мере, однородный товар.

Тем не менее ситуация в плане анализа вовсе не безвыходная. Заметный излом на рис.14 подсказывает, что покупатель "устал" гнаться за ростом цены, и для предприятия это обернулось меньшим приростом объема продаж, нежели в предыдущем году. Иными словами, влияние цен на покупательский спрос в действительности есть, только проявляется это косвенно, в замедлении роста объема продаж.

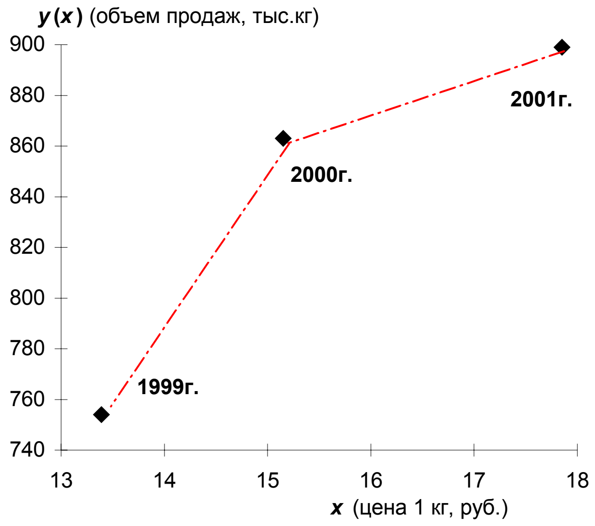

Рис.14. Зависимость объема продаж товара от цены

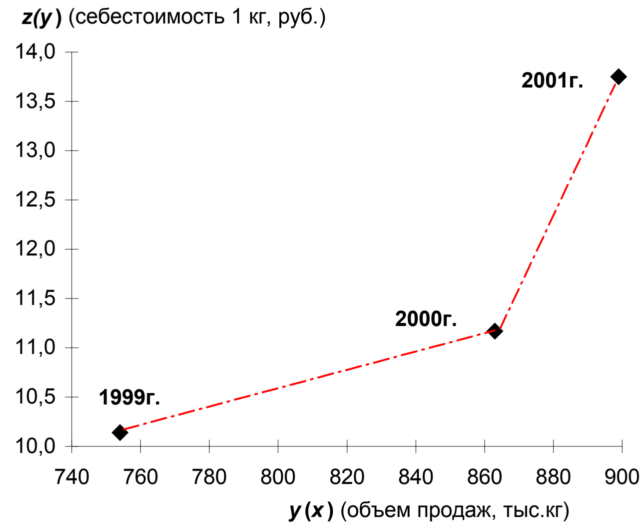

Рис.15. Зависимость себестоимости 1 кг товара от объема продаж

В то же время рис.15 показывает, что меньший прирост объема продаж в 2001г. по сравнению с предыдущим годом обусловил значительно больший прирост себестоимости 1 кг товара, – а это можно объяснить тоже влиянием спроса, только проявившимся косвенно, в неявной форме. Если принять это во внимание, то появляется возможность выполнить анализ цен, объемов продаж и затрат, опираясь на функции, связывающие между собой уже не эти показатели непосредственно, а показатели их **изменения** во времени. С этой целью на основе табл.8 строится вспомогательная таблица – уже **изменений** объема продаж, цены и себестоимости единицы товара (см.табл.9 и в качестве иллюстрации к ней – рис.16-17).

Таблица 9

	Изменение объема продаж $\Delta y(\Delta x)$, тыс.кг	Изменение цены за 1 кг Δx, руб.	Изменение себестоимости 1 кг товара $\Delta z(\Delta x)$, руб.
в 2000г. по сравнению с 1999г.	109	1,76	1,03
в 2001г. по сравнению с 2000г.	36	2,70	2,58

Если исходить о наличии линейной зависимости между изменением объема продаж $\Delta y(\Delta x)$ от изменением цены Δx, то можно написать уравнение

$$\Delta y(\Delta x) = k(\Delta x) + b\,, \qquad (18), \text{ где}$$

$\Delta y(\Delta x)$ – изменение объема продаж товара (тыс.кг);

Δx – изменение цены товара (руб.);

k и b – коэффициенты уравнения, значения которых требуется установить.

С помощью табл.9 составляется система линейных уравнений:

$$\begin{cases} 1{,}76k + b = 109 \\ 2{,}70k + b = 36 \end{cases},$$

– решение которой дает нужную зависимость (она показана на рис.16 в виде линии):

$$\Delta y(\Delta x) = -78\Delta x + 246 \qquad (19).$$

Применение преобразований $x = x_0 + \Delta x$, $y = y_0 + \Delta y$, где

x_0 – базовая цена товара, подразумевающая цену последнего отчетного периода, то есть за 2001г. Согласно табл.8, она равна 17,85 руб. (табл.8, гр.5, нижняя строка);

y_0 – базовый физический объем продаж, здесь также за 2001г., равный 899 тыс.кг (табл.8, гр.4, нижняя строка),

– позволяет осуществить переход от функции $\Delta y(\Delta x)$ к более удобной для анализа функции $y(x)$, то есть к зависимости объема продаж непосредственно от цены товара x (рис.17):

$$y(x) = -78x + 2537 \qquad (20).$$

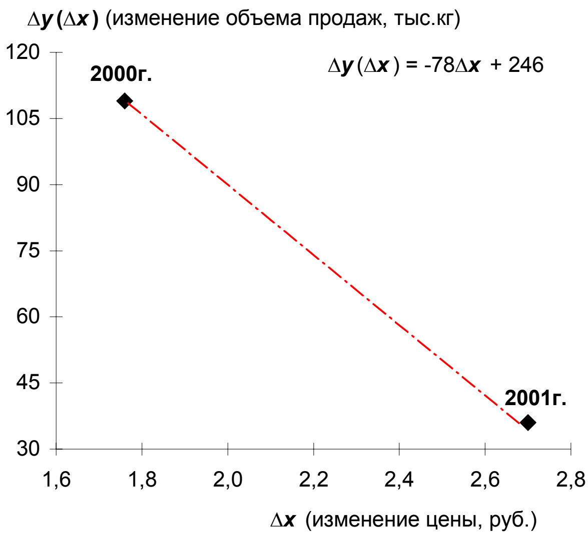

Рис.16. Зависимость изменения объема продаж от изменения цены

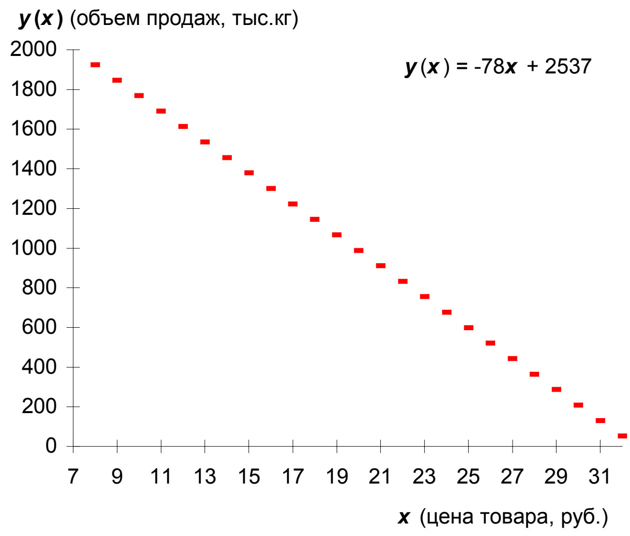

Рис.17. Зависимость объема продаж товара от его цены

Вместо линейной функции, представленной выражением (20), зависимость объема продаж $y(x)$ от цены x можно было бы значительно более точно аппроксимировать квадратным уравнением вида

$$y(x) = ax^2 + bx + c\,,$$ где

a, b и c – коэффициенты уравнения, значения которых требуется установить.

В этом случае с помощью табл.8 составляется система линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} 13{,}39^2 \cdot a + 13{,}39 \cdot b + c = 754 \\ 15{,}15^2 \cdot a + 15{,}15 \cdot b + c = 863 \\ 17{,}85^2 \cdot a + 17{,}85 \cdot b + c = 899 \end{cases},$$

– решение которой дает искомую функцию зависимости объема продаж $y(x)$ от цены x:

$$y(x) = -12x^2 + 411x - 2595$$

Полученное выражение имеет максимум при цене 17 руб. за 1 кг и обеспечивает объем продаж 924 тыс.кг. Если сравнить эти показатели с достигнутыми в 2001г., то выясняется, что оптимальный с точки зрения реального объема продаж уровень цены уже пройден: в 2001г. цена была почти 18 руб., при этом объем продаж составил 899 тыс.кг.

Но есть ли преимущество найденной функции второй степени перед линейной функцией (20)?

Если подходить к задаче исследования влияния спроса покупателей на объем продаж чисто математически, то да, пожалуй, есть. Однако если учесть содержательный аспект интерпретации получаемых решений, то те общие выводы, которые следуют из простых линейных моделей, более важны, поскольку они позволяют не потерять видение и понимание ситуации в целом. Именно поэтому, на наш взгляд, лучше отдать предпочтение простым линейным конструкциям, пожертвовав малополезной с точки зрения реальной экономической ситуации избыточной математической точностью квадратных или иных зависимостей.

Аналогичным образом – через линейную функцию – отыскивается зависимость изменения себестоимости $\Delta z(\Delta x)$ от изменения цены Δx:

$$\Delta z(\Delta x) = k(\Delta x) + b, \qquad (21), \text{ где}$$

$\Delta z(\Delta x)$ – изменение себестоимости единицы товара (руб.);

Δx – изменение цены товара (руб.);

k и b – коэффициенты уравнения, значения которых требуется установить.

На основе данных табл.9 составляется очередная система линейных уравнений:

$$\begin{cases} 1{,}76k + b = 1{,}03 \\ 2{,}70k + b = 2{,}58 \end{cases},$$

– решение которой имеет следующий вид (график изображен на рис.18):

$$\Delta z(\Delta x) = 1{,}65\Delta x - 1{,}87 \qquad (22).$$

Преобразования вида $x = x_0 + \Delta x$, $z = z_0 + \Delta z$, где

z_0 – базовая себестоимость единицы товара (в рассматриваемой ситуации за 2001г.), равная 13,75 руб. (табл.8, гр.6, нижняя строка),

– позволяют перейти от функции $\Delta z(\Delta x)$ к более удобной для анализа теоретической функции $z(x)$, то есть к зависимости себестоимости непосредственно от цены товара x (данная зависимость представлена на рис.19):

$$z(x) = 1{,}65x - 17{,}57 \qquad (23).$$

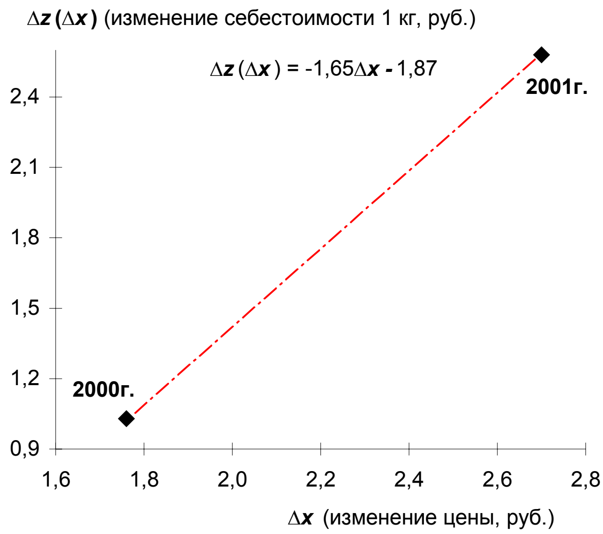

Рис.18. Зависимость изменения себестоимости 1 кг товара от изменения цены

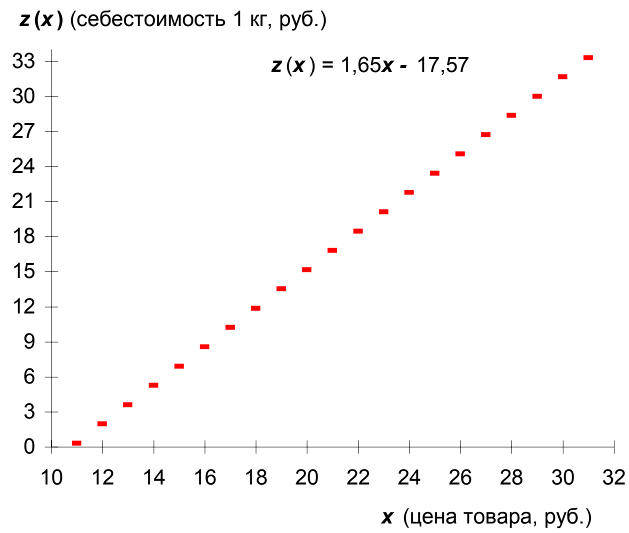

Рис.19. Зависимость себестоимости 1 кг товара от его цены

Если цена товара x будет меньше 10,65 руб., то из выражения (23) следует … отрицательное значение себестоимости (это очень хорошо видно на рис.19). Дело в том, в примере 3 в составе затрат не была выделена такая составляющая, как постоянные затраты *FC*, и соответственно это привело столь странному результату. Если же было бы возможно учесть в составе себестоимости товара наличие постоянных затрат, то график на рис.19 выглядел бы аналогично рис.4, 8 и 12, то есть по мере уменьшения цены x асимптотически приближался бы к величине удельных переменных затрат [*vc*]; сейчас же этого не происходит. А потому, говоря об использовании функций $\Delta z(\Delta x)$ и $z(x)$ для каких-либо расчетов, нужно иметь в виду, что это справедливо лишь по отношению к тому интервалу изменению цены Δx, который имел место в 1999-2001гг. (табл.9), то есть от 1,7 руб. до 2,8 руб.

Поскольку в примере 3 затраты не удается разложить на постоянные и переменные, то в силу этого невозможно представить зависимость себестоимости единицы товара от объема продаж как гиперболическую. Если выражение (23) преобразовать с помощью функционала (20), подставив вместо x выражение для $y(x)$, то получается только линейная зависимость: $z(y) = -0{,}021y(x) + 36{,}01$. Но, правда, как положительный момент можно отметить то обстоятельство, что она имеет знак минус перед объемом продаж, который показывает, что при росте объема продаж себестоимость единицы товара будет обязательно снижаться.

На очереди определение зависимости прибыли $P(\Delta x)$ от изменения цены Δx товара и установление, при каком значении аргумента данная функция имеет максимум.

Данная зависимость, получаемая на основе выражений (19) и (22), будет выглядеть следующим образом (график представлен на рис.20):

$$P(\Delta x) = [y_0 + \Delta y(\Delta x)] \cdot [(x_0 + \Delta x) - (z_0 + \Delta z(\Delta x))] = 51\Delta^2 x - 1210\Delta x + 6836 \qquad (24),$$ где

$P(\Delta x)$ – прибыль от продажи товаров (в тыс.руб.).

Преобразование $x = x_0 + \Delta x$ позволяет перейти от функции $P(\Delta x)$ к функции $P(x)$, то есть уже к зависимости прибыли непосредственно от цены товара x (рис.21):

$$P(x) = 51x^2 - 3046x + 45140 \qquad (25).$$

Для максимизации прибыли $P(\Delta x)$ или же $P(x)$, как и в примерах 1-2, следовало бы найти точки экстремума данных функций. Но специфика примера 3 в том, что выражения (24) и (25) представляют собой уравнения парабол с положительным значением постоянного коэффициента при переменной во второй степени (+51), то есть парабол, экстремумами которых являются точки минимума (рис.20-21). А это означает, что ответ на вопрос, при каком изменении цены Δx или же при какой цене x прибыль $P(x)$ будет максимальна, получить не удастся. Вместо этого можно лишь узнать, при каком изменении цены Δx или соответственно при какой цене x будет получен максимальный убыток, но это интересует предпринимателя меньше всего. Как же быть?

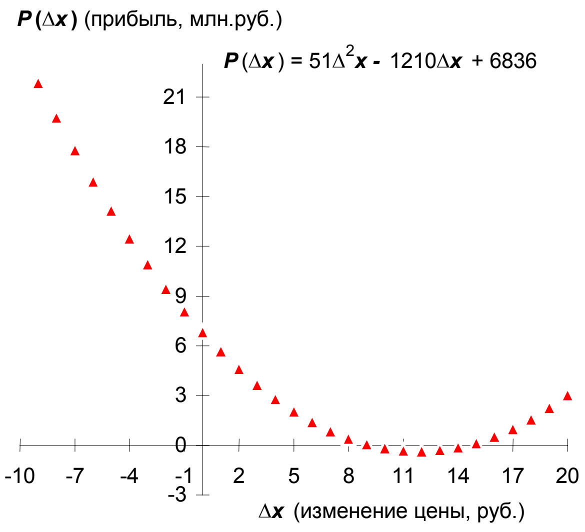

Рис.20. Зависимость прибыли от изменения цены товара

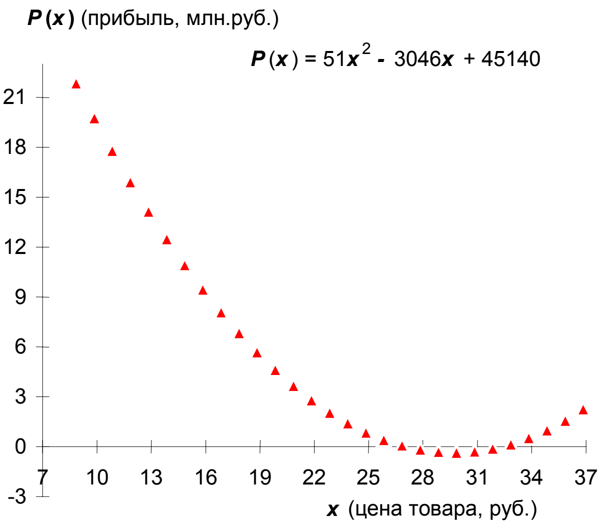

Рис.21. Зависимость прибыли от цены товара

Правда, глядя на рис.21, может возникнуть ироничный вопрос: а как же быть с огромной положительной прибылью, которая, согласно графику на рис.21 и функции тренда на графике, имеет место быть даже при нулевой цене на товар? Эта странная ситуация возникает вследствие того, что была использована, как уже говорилось выше, **линейная**, а не **гиперболическая**, аппроксимация тренда затрат (то есть не бралось во внимание наличие постоянных затрат *FC*). В результате это становится причиной возникновения отрицательных значений себестоимости, а также положительной прибыли при нулевой цене. Следовательно, говоря об использовании функций $P(\Delta x)$ и $P(x)$ для каких-либо прогнозов, равно как и функций $\Delta z(x)$ и $z(x)$, опять же нужно иметь в виду, что эти прогнозы будут справедливы лишь по отношению к тем интервалам изменения цены Δx, которые имели место в 1999-2001гг. (табл.8-9). При выходе изменения цены Δx за рамки этих интервалов, на которых были получены функционалы (24) и (25), изображенные на рис.20-21 – при выходе как вниз, так и вверх – полученные зависимости становятся непригодными для анализа и прогнозирования.

Итак, какой же следует сделать вывод из примера 3? В отличие от примеров 1-2, где сразу же был получен ценовой ориентир, обеспечивающий максимум прибыли, здесь приходится довольствоваться знанием того, что чем меньше вырастет цена x (а лучше, если она даже несколько снизится), тем:

- больше будет объем продаж $y(x)$, о чем говорят выражения (19)-(20) и рис.16-17;
- меньше окажется себестоимость единицы товара $z(x)$, что следует из уравнений (22)-(23) и рис.18-19;
- и соответственно выше будет прибыль предприятия $P(x)$, как показывают формулы (24)-(25) и рис.20-21.

Но достаточны ли такие расплывчатые рекомендации, если рассматривать их с точки зрения применения в ценовой политике предприятия?

Разумеется. Ведь если руководству предприятия хватит смелости действительно попробовать увеличить прибыль предприятия **не числом** (за счет повышения цен), **а умением** (за счет пусть незначительного, но все же снижения этих цен), то результаты не заставят себя долго ждать. Благодарный рынок тут же продемонстрирует такое свое качество, как эластичность спроса. Даже на символическое снижение цены потребитель ответит незамедлительным ростом спроса, обеспечивающим для предприятия рост объема продаж. А это обусловит уже остальные позитивные для предприятия финансовые последствия, в том числе снижение себестоимости единицы товара и рост прибыли, то есть повышение эффективности производства в целом. Более того, сразу же обнаружится, как ситуация, показанная в примере 3, плавно перерастет в ситуацию, близкую к приведенной в примере 1, когда она становится доступной для определения с помощью эконометрических методов такой цены, которая обеспечит предприятию максимум прибыли.

Приведенные примеры, несмотря на свою, казалось бы, условность и малозначительность (три предприятия – это действительно не так много), тем не менее являются на свой лад показательными. Во-первых, это были вовсе не рядовые предприятия, а юридические лица, находящиеся под бдительным надзором Антимонопольного комитета. Во-вторых, товары, о которых написано в статье, это на свой лад товары более чем важные для любой страны, а для России так и вообще бесценные в силу некоторых особенностей ее исторического развития и географического положения. В-третьих, ситуация, описанная в примерах 2-3, автором обнаружена на десятке предприятий, принадлежащих различным отраслям, а отсюда нетрудно сделать заключение, что данная картина есть массовое явление. И соответственно вывод, опирающийся на пример 1: если даже несколько десятков крупных и средних предприятий в разных отраслях подадут пример снижения цен, преследуя при этом сугубо меркантильную цель – увеличить продажи и свою прибыль, – то эффект будет аналогичен тому, который мы наблюдаем, бросая камень в воду: камень падает в одну точку, а волны разбегаются по всей глади пруда. Иначе говоря, могут действительно возникнуть предпосылки для дефляции, о которой уже несколько лет говорит правительство и в которой остро нуждается деформированная инфляцией последнего десятилетия экономика. О том, что такое не только реально, но даже жизненно необходимо, в следующей части статьи.